

УДК 624.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСНОВАНИЙ ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Болдырев Г.Г., Муйземнек А.Ю., Малышев И.М.

Характерной чертой процесса потери устойчивости оснований является локализация деформаций в виде полос сдвига, образующихся при больших деформациях грунта. Еще одной характерной чертой процесса потери устойчивости является его динамичность в виде непрерывного изменения характера деформации основания при его нагружении. Сложное поведение оснований в процессе потери ими устойчивости вызывают определенные трудности при численном моделировании этого процесса.

В настоящее время известно несколько подходов к описанию движения деформируемой сплошной среды. К ним относятся подходы Лагранжа, Эйлера и объединенный подход Лагранжа-Эйлера /1/. Области применения каждого из этих подходов достаточно хорошо известны. Поэтому, не преследуя цель перечислить все их достоинства и недостатки, отметим лишь некоторые из них.

В подходе Лагранжа наблюдатель следит за движением материальных частиц движущейся сплошной среды. С материальными частицами связаны неизвестные, которые ищутся в процессе решения. Неизвестными, прежде всего, являются перемещения и скорости материальных частиц, напряжения и деформации в них.

При использовании подхода Лагранжа к описанию движения сплошной среды для пространственной дискретизации чаще всего используется метод конечных элементов. При решении динамических задач метод конечных элементов используется с явной или неявной схемой интегрирования первого или второго порядка. К числу последних, относится часто применяемая процедура Ньюмарка.

В процессе потери устойчивости в основании возникают деформации сдвига, величина которых превышает сотни процентов. Элементы грунта

испытывают очень большие деформации, превышающие размер конечных элементов. Поэтому, если из решения не исключить эти чрезмерно деформируемые или разрушенные элементы, то поведение материала среды становится жестким, иногда говорят, что среда замыкается при сдвиге. Использование конечных элементов с одной точкой интегрирования, применение адаптивных сеток позволяют осуществить численное моделирование процесса деформации вплоть до потери устойчивости. Однако, плохая обусловленность матрицы жесткости системы, вследствие чрезмерного искажения сетки, часто приводит к невозможности получения адекватного решения как при приближении деформационного процесса к предельной по устойчивости нагрузке, так и в запредельном состоянии.

При использовании подхода Эйлера к описанию движения сплошной среды наблюдатель следит за точками пространства. Неизвестные, которыми, прежде всего, являются скорости движения среды, напряжения и деформации, связаны с точками пространства. Подход Эйлера получил существенно меньшее распространение для решения геотехнических задач, чем Лагранжа. Это обусловлено необходимостью использования дополнительных процедур для определения перемещений сплошной среды, в том числе ее границы, сложностью учета переноса внутренних переменных, которые характеризуют состояние материальных частиц грунта. В ряде литературных источниках такие величины, характеризующие внутренне состояние материальных частиц сплошной среды, называются историческими переменными.

Подход Лагранжа-Эйлера, в иностранной литературе, он называется Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation (ALE), сочетает в себе оба подхода /1/.

На основе подхода Лагранжа-Эйлера разработан ряд методов решения задач деформируемого твердого тела. Основными из них являются однокомпонентный метод Лагранжа-Эйлера (Arbitrary Lagrangian-Eulerian), многокомпонентный метод Эйлера (Multi-material Eulerian, рис. 1) и многокомпонентный метод Лагранжа-Эйлера (Multi-material Arbitrary Lagrangian-Eulerian, рис. 2).

При решении задач однокомпонентным методом Лагранжа-Эйлера узлы конечно-элементной сетки могут перемещаться в пределах области, которую занимает материал, таким образом, чтобы уменьшить искажения сетки. В каждом конечном элементе содержится один материал.

При использовании многокомпонентного метода Эйлера материал течет через фиксированную в пространстве сетку. При этом каждый элемент может содержать смесь нескольких материалов.

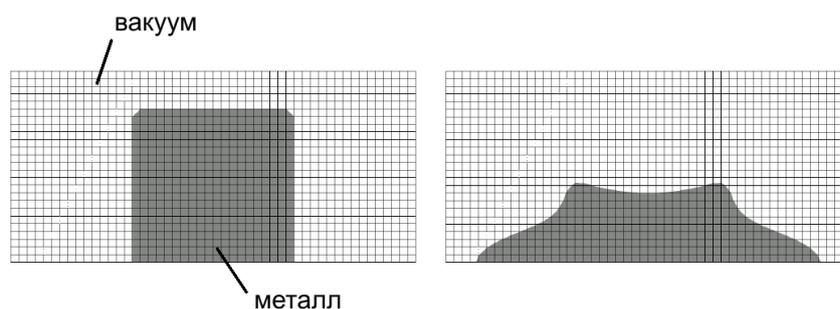


Рис. 1. Многокомпонентный метод Эйлера

При использовании многокомпонентного метода Лагранжа-Эйлера материал течет через движущуюся в пространстве сетку. При этом каждый элемент может содержать смесь нескольких материалов.

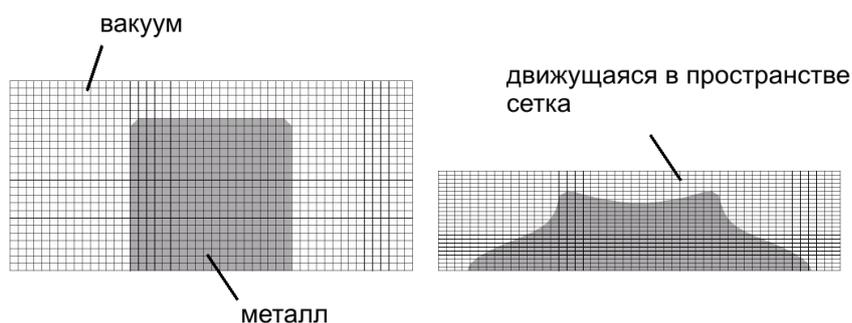


Рис. 2. Многокомпонентный метод Лагранжа-Эйлера

Решения, основанные на методе Лагранжа-Эйлера, имеют преимущества методов Лагранжа и Эйлера при описании движения сплошной среды, не имея

в то же время отмеченных выше недостатков. В ряде литературных источников приведены примеры успешного их использования для решения задач геомеханики /2,3,4/.

При решении задач часто возникают ситуации, когда различные части рассматриваемой системы проявляют различные типы механического поведения. Например, одна часть системы ведет себя как жидкость, другая – как твердое тело. В такой ситуации для описания движения твердой части может быть применен метод Лагранжа, а для описания движения жидкости – Эйлера. В этом случае, при моделировании взаимодействия рассматриваемых частей может быть использован реализованный, например, в программе LS-DYNA алгоритм связывания Лагранжа-Эйлера. В иностранной литературе он называется Fluid-Structure Interaction (FSI). Подобный подход применен в работах /2, 3, 4/ при описании поведения водонасыщенных грунтов.

Следует заметить, что в последние несколько лет в ряде систем автоматизированного инженерного анализа, например программе LS-DYNA, реализованы два метода, основанные на подходе Лагранжа к описанию движения сплошной среды, которые позволяют эффективно моделировать процесс потери устойчивости оснований. Это бессеточный метод сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics) и бессеточный метод, основанный на методе Галеркина (Element Free Galerkin method). Эффективность этих методов для решения рассматриваемой задачи объясняется тем, что оба метода являются бессеточными, основываются на локальной аппроксимации перемещений узлов или частиц, а значит они не являются чувствительными к большим искажениям сетки. Метод Галеркина применен в работах /5, 6/.

Особенности процессов деформирования и разрушения грунтов, важность учета влияния на поведение грунтов многочисленных факторов обуславливают необходимость использования многоэтапной процедуры решения различных задач в области геотехники. Такая процедура предполагает наличие следующих этапов - испытания грунта, идентификации параметров определяющего соотношения (модели грунта), решения тестовых задач, проведения и

моделирования полунатурных испытаний. Содержание и объем каждого этапа определяется целями математического моделирования или расчета. Сама процедура может быть итерационной.

Данная процедура решения была применена при исследовании механизма деформации песчаного основания нагруженного жестким штампом. Задача решалась в несколько этапов. На первом этапе были выполнены опыты с моделью жесткого штампа на песчаном основании. На втором этапе была выбрана модель грунта и определены ее параметры путем лабораторных испытаний образцов того же песчаного грунта, который использовался при моделировании песчаного основания. На третьем этапе были выполнены расчеты напряженно-деформированного состояния песчаного основания многокомпонентным методом Лагранжа-Эйлера. При выполнении расчетов была использована программы LS-DYNA /7/.

1. *Штамповые испытания.* Испытания проводились с целью определения зависимости «осадка – нагрузка» при нагружении жесткого штампа вплоть до потери устойчивости песчаного основания. Опыты выполнены в лотке размером в плане 3000х3000 мм и глубиной 2500 мм.

В качестве штампа использовался металлический лист толщиной 12 мм усиленный швеллерами для обеспечения жесткости, размером в плане 300х400 мм. Нагрузка на штамп прикладывалась различным образом. В первой серии опытов исследовалось поведение песчаного основания при центральном действии нагрузки. Во второй серии опытов вертикальная нагрузка прикладывалась с эксцентриситетом в 5 см, а в третьей серии с эксцентриситетом в 10 см в направлении длинной стороны штампа по его оси симметрии. Нагрузка на штамп прикладывалась ступенями 10% от расчетной предельной с выдержкой на каждой ступени до стабилизации деформаций. Вертикальное перемещение штампа измерялось в двух точках на противоположных сторонах штампа по длинной оси симметрии. Измерение выполнялось двумя прогибомерами с точностью 0,01 мм. В опытах проводилось также измерение деформации поверхности основания в

направлении обеих осей симметрии штампа индикаторами часового типа, с точностью измерения 0,01 мм. Нагрузка создавалась гидравлическим домкратом.

Основание было выполнено из мелкозернистого песка с плотностью 1,6 г/см³. Песок укладывался в лоток слоями по 20 см с уплотнением до отмеченной плотности. Влажность песка – 1,4%.

Для описания поведения грунтов в программе ANSYS имеется две модели материала – модель Друкера-Прагера (DP) и усовершенствованная модель Друкера-Прагера (EDP). Последняя модель впервые появилась в ANSYS версии 10.0.

Для описания поведения грунтов в программе LS-DYNA предназначены, прежде всего, следующие модели – грунт Крейга (#5), грунт Крейга с разрушением (#14), геологическая модель, учитывающая влияние первого и второго инварианта тензора напряжений – CAP-модель (#25), геологическая модель Швера-Мюреля (#145), грунт FHWA (#147), модель глины (#192) и модель Друкера-Прагера (#193.)

Для идентификации параметров большинства приведенных выше моделей материалов для грунтов достаточно проведения испытаний на трехосное сжатие, трехосное расширение, простой сдвиг и всестороннее сжатие. Для проведения данных испытаний был использован вычислительный комплекс фирмы «Геотек» (www.geotek.ru), который включает ряд механических устройств для испытания грунтов: стабилометр, прибор одноплоскостного среза с кинематическим и статическим режимами нагружения и компрессионный прибор. Испытания проводятся в рамках ГОСТ 12248-96.

Испытаний двух образцов достаточно, например, для определения всех параметров модели Друкера-Прагера (DP) и трех испытаний для определения параметров модели CAP.

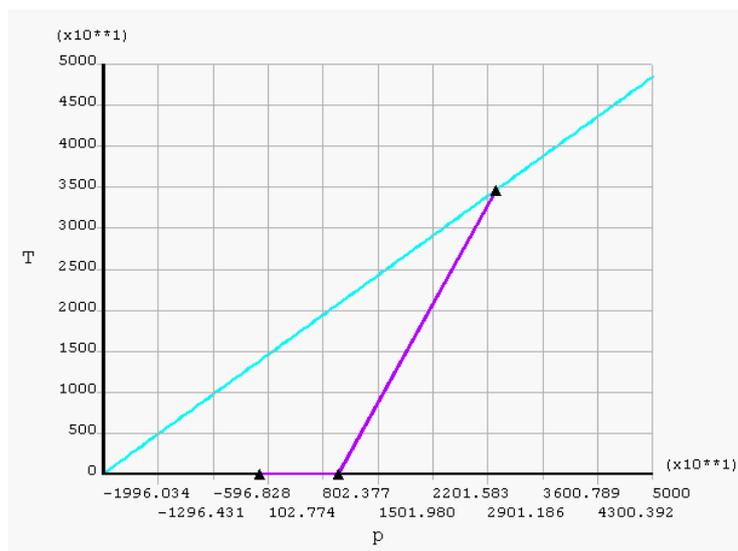


Рис. 3. Поверхность Друкера –Прагера в пространстве $(T - p)$ (кривая 1) и траектория процесса нагружения куба (кривая 2)

При решении тестовых задач будем использовать САР-модель со следующими параметрами: модуль объемного сжатия $K = 14,49$ ГПа; начальный модуль сдвига $G = 11,7$ ГПа; параметр боковой поверхности $\alpha = 4,8$ МПа; параметр боковой поверхности $\theta = 0,1$; параметр боковой поверхности $\gamma = 1,38$ МПа; параметр боковой поверхности $\beta = 2,136 \cdot 10^{-7}$ Па⁻¹; отношение осей САР-поверхности $R = 10,8$; экспонента в законе упрочнения $D = 2,233 \cdot 10^{-10}$ Па⁻¹; коэффициент в законе упрочнения $W = 0,884$; экспонента в законе упрочнения $X_0 = 124,1$ МПа; коэффициент кинематического упрочнения $C = 0$; параметр кинематического упрочнения $N = 0$; параметр, определяющий сохраняемую переменную, $F_{type} = 1$; предельное давление разрушения $T_{off} = -2,054$ МПа.

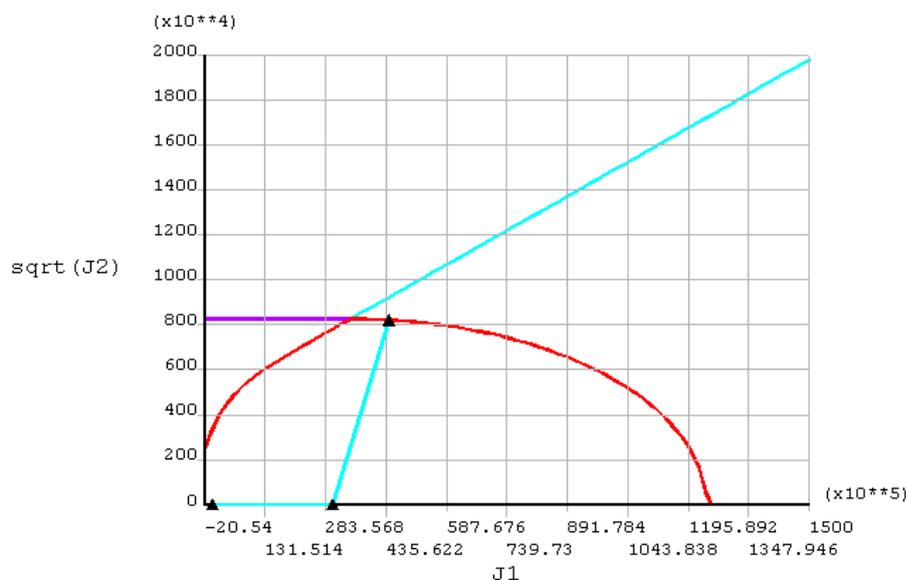


Рис. 4. CAP-поверхность в пространстве $(\sqrt{J_2} - J_1)$ (кривая 1) и траектория процесса нагружения куба (кривая 2)

Усовершенствованная модель Друкера-Прагера (EDP) при использовании параболической или гиперболической поверхности текучести и пластического потенциала для определения соответствующих параметров требует проведения большего числа испытаний, а для определения параметров реализованной в программе LS-DYNA CAP-модели (#25) требуется проведения дополнительно и компрессионных испытаний. Точность определения параметров моделей материалов может быть повышена при увеличении числа испытаний и **использовании для аппроксимации программы LS-DYNA метода наименьших квадратов.**

3. *Численное моделирование испытаний песчаного основания жестким штампом.* Целью данного этапа исследований являлась численная реализация задачи внедрения в песчаный грунт штампа до больших деформаций, возникающих при потере основанием устойчивости.

Основываясь на результатах выполненных предварительных численных расчетов, сделан вывод о том, что наилучшее описание качественных и количественных особенностей процесса деформирования грунта дает многокомпонентный метод Лагранжа-Эйлера, реализованный в программе LS-DYNA, в сочетании с CAP-моделью. Некоторые результаты математического

моделирования представлены на рис. 3-5 для модели центрально нагруженного штампа шириной 30 см в условиях плоской деформации, а на рис. 6,7 для штампа при внецентренном нагружении.

На рис. 5 показаны распределения модуля скорости в вертикальном сечении расчетной области в различные моменты времени. Изменение характера распределений при увеличении вертикальной нагрузки свидетельствуют о появлении, расширении и взаимодействии области пластических деформаций с боковыми стенками лотка.

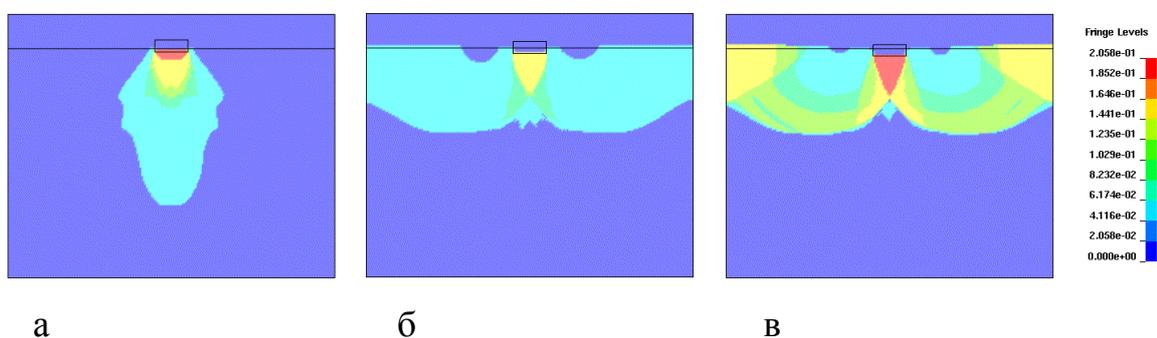


Рис. 5. Распределение модуля скорости (м/с) в расчетной области:
а, б, в – вертикальное перемещение плиты 2,1; 3,1 и 4,1 см соответственно

Распределения плотности в вертикальном сечении расчетной области в различные моменты времени показаны на рис. 6. Обращает на себя внимание то, что зоны пониженной плотности – зоны разрывов, соответствуют линиям скольжения.

График зависимости вертикальной силы, действующей на плиту, от вертикального перемещения плиты показан на рис. 10. График имеет выраженный явно выраженный нелинейный характер.

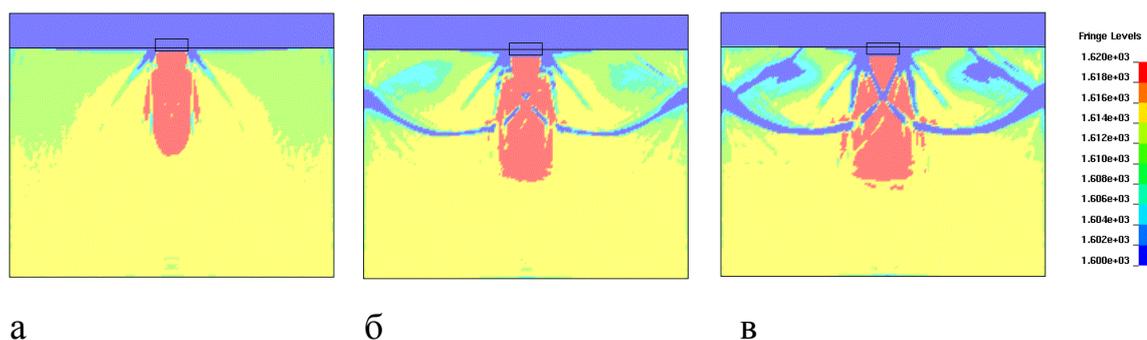


Рис. 6. Распределение плотности (кг/м^3) в расчетной области: а, б, в вертикальное перемещение плиты 2,1, 3,1 и 4,1 см соответственно

На рис. 7 приведены результаты измерения полей деформаций в песчаном основании в условиях плоской задачи /7/. Из рис. 7 а видно, что деформации

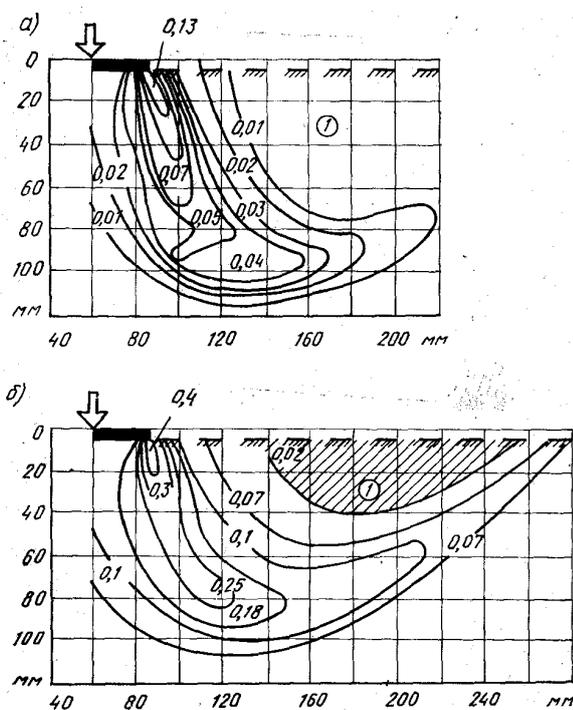


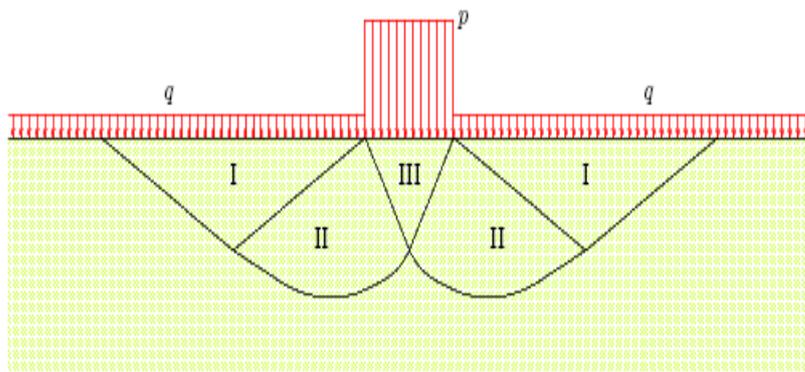
Рис. 7. Изолинии деформаций сдвига при осадке штампа, равной: а – вблизи предельной нагрузки; б – за предельной по устойчивости нагрузки

сдвига зарождаются в углах штампа и распространяются вниз и в сторону, а максимальные их значения локализуются в пределах сравнительно узкой полосы. Пошаговое нагружение приводит к прогрессирующему развитию полосы сдвига, край которой смещается вправо из под штампа в направлении к свободной поверхности песчаного основания. На этом же рисунке показана область 1, в которой на всех ступенях нагружения отсутствуют деформации сдвига. Она примыкает к свободной поверхности основания, а ее объем с ростом нагрузки уменьшается вследствие развития деформаций сдвига на нижней границе. Опыты показали, что при нагрузке близкой к предельной по

устойчивости, в основании под штампом преобладают объемные деформации расширения песка и только в небольшой зоне под штампом наблюдаются объемные деформации сжатия. Наиболее интенсивное расширение песка наблюдается по направлению развития максимальных деформаций сдвига.

Подобный характер деформации песчаного основания получен в результате численного расчета. На рис. 5 б, в видна область 1, которая не перемещается с ростом нагрузки, а ее объем уменьшается с ростом нагрузки. Из рис. 6 а, б, в видны зоны сжатия и расширения грунта. На начальных ступенях нагружения (рис. 6 а) деформации сдвига первого вида, вызывающие расширение песка также, как и в опытах развиваются от углов штампа. В песке преобладают деформации сжатия, преимущественно в пределах столба ограниченной шириной штампа, а по глубине равной $3b$, где b – ширина штампа. При нагрузке более 30% от предельной (рис. 6 б) возникают деформации сдвига второго типа на вертикальной оси симметрии на глубине, равной $1,5b$. Узкая зона расширения песка (локализации деформаций) достигает поверхности основания. Далее с ростом нагрузки (рис. 6 в) деформации сдвига первого и второго типа объединяются в две полосы разделяющие зону сжатия симметрично на четыре части. Первая под штампом по своей сути является так называемым уплотненным грунтовым телом, которое было выявлено ранее экспериментально. Следует отметить, что и в предельном состоянии в столбе грунта под штампом имеет место сжатие песка, несмотря на то, что он разделен на части полосами сдвига.

Интересно отметить тот факт, что характер деформации песчаного основания определенный численно очень похож на сетку линий скольжения аналитического решения теории предельного равновесия В.В.Соколовского /8/. Из рис. 6 в видно, что если принять полосу сдвига исходящую из угла штампа и выходящую на поверхность основания за первое семейство линий скольжения, то веер вторых полос исходящих из угла штампа радиально представляет второе семейство линий скольжения по В.В.Соколовскому.



Подобный характер деформации песчаного основания наблюдается и при внецентренном приложении нагрузки (рис. 8, 9). Выпор грунта односторонний.

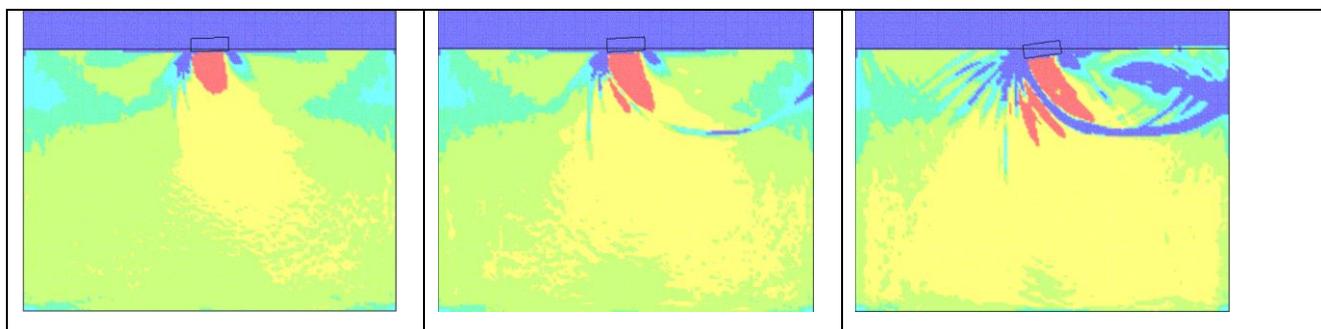


Рис. 8. Распределение плотности (кг/м^3) в расчетной области при эксцентриситете нагрузки 5 см

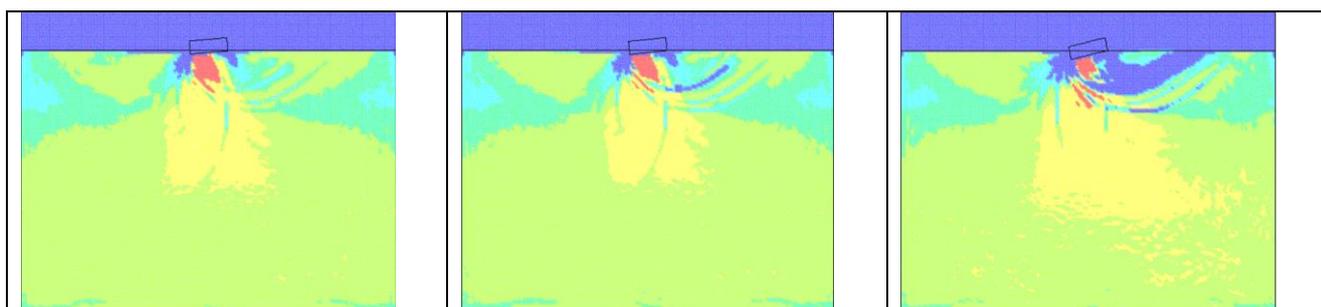


Рис. 9. Распределение плотности (кг/м^3) в расчетной области при эксцентриситете нагрузки 10 см

Размер призмы выпора уменьшается с ростом эксцентриситета внешней нагрузки, точно также и значение предельной нагрузки (рис. 10).

График зависимости вертикальной силы, действующей на плиту, от вертикального перемещения плиты показан на рис. 10. График имеет явно выраженный нелинейный характер.

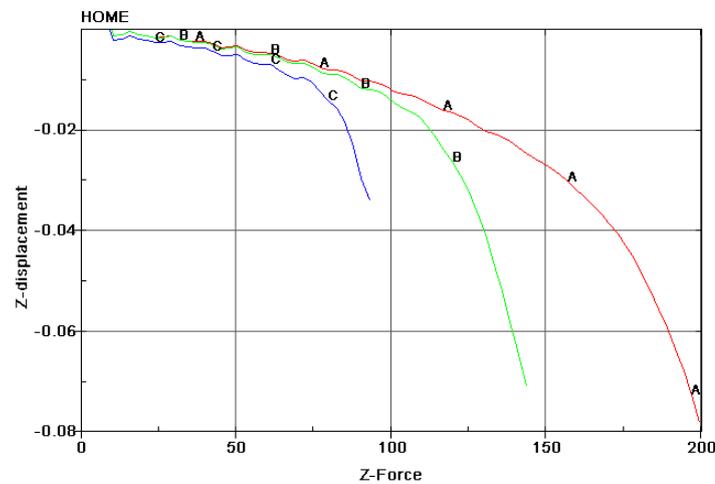


Рис. 10. Графики зависимости вертикальной силы, действующей на плиту, от вертикального перемещения плиты (сила в кгс, перемещение дм): А; В; С – эксцентриситет 0, 5 и 10 см соответственно

Литература

1. Belytschko Ted, Wing Kam Liu, Brian Moran. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. Wiley, 2000.
2. Di Y., Sato T. Computational Modelling of Large Deformation of Saturated Soils Using an ALE Finite Element Method. Annuals of Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 47 C, 2004.
3. Di Y., Sato T. Remapping Scheme in ALE Method for Liquefaction Simulation. 16 th ASCE Engineering Mechanics Conference. July 16-18, 2003, University of Washington, Seattle.
4. Nazem M., Sheng D. Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method for Consolidation Problems in Geomechanics. VIII International Conference on Computational Plasticity. COMPLAS VIII. Eds.: E.Onate, D.R.J.Owen, Barcelona, 2005.
5. Li S., Liu W.K. Numerical simulation of strain localization in inelastic solids using mesh-free methods. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000. No. 48, 1285-1309 pp.

6. Murakami A., Arimoto S., Setsuyasu T., Nishiyama T. Mesh-Free Method for Predicting the Behavior of Saturated Soil. In: Geomechanics. Testing, Modelling, and Simulation, 2005. 664-672 pp.

7. Kohnke P. ANSYS. Theory Reference. – Southpointe, ANSYS, inc. 1998.

8. Болдырев Г.Г., Никитин Е.В. Деформация песка в основании полосового штампа. Основания, фундаменты и механика грунтов. № 1, 1987. с. 26-28.

9. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. – М.: 3-е изд. – 1960.