

М. В. Малышев, д-р техн. наук (Моск. инж.-строит. ин-т),
В. М. Демкин, инж. (Челяб. политехн. ин-т)

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СЛОИСТЫХ ОСНОВАНИЙ

При строительстве на слоистых основаниях очень важно правильно оценить величину ожидаемой деформации слагающих их грунтов под действием нагрузок от сооружений, так как наличие слабого слоя грунта в основании может привести к большим и неравномерным осадкам сооружений. В то же время величины нагрузок, передаваемых основаниям современными сооружениями, достигают значений, при которых слабые грунты переходят в нелинейную стадию деформирования.

Учет нелинейности деформирования грунтов при расчете оснований позволяет более точно определить напряженно-деформированное состояние и тем самым обеспечивает лучший прогноз осадок и величины предельной нагрузки на фундамент. При этом в грунтовых основаниях, особенно в слоях слабого грунта, возможно появление зон, где будут наблюдаться большие деформации и повороты элементов, что рассматривается в геометрически нелинейной теории упругости. Поэтому при описании напряженно-деформированного состояния слоистых оснований, в особенности состоящих из слоев с резко различающимися свойствами, важно учитывать наряду с физической и геометрическую нелинейность. Исследование напряженно-деформированного состояния слоистого основания в данной статье проводится на примере задачи о нагружении полосовым жестким штампом двухслойного основания конечной толщины $H = H_{п.с} + H_{с.с}$. Ниже идет безграничная по глубине толща условного несжимаемого грунта. Предполагается, что реологические процессы в грунтах завершены и грунт представляется сплошной, изотропной, неоднородной средой, законы деформирования которой описываются уравнениями деформационной теории пластичности.

Физические зависимости деформирования грунтов принимаются в виде [1]: закон изменения формы

$$\varepsilon_i = \frac{[B + E\sigma_{ср}] \sigma_i}{C + A\sigma_{ср} - \sigma_i}; \quad (1)$$

закон объемного деформирования

$$\varepsilon_0 = D\sigma_{ср}^2 + F\sigma_i, \quad (2)$$

где $\sigma_{ср} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$;

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]};$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3;$$

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{2}{3} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]}$$

A, B, C, D, E, F, α — параметры, определяемые экспериментально.

Уравнение равновесия плоского элемента (рис. 1) при конечных поворотах его граней и конечных деформациях имеет следующий вид [2]:

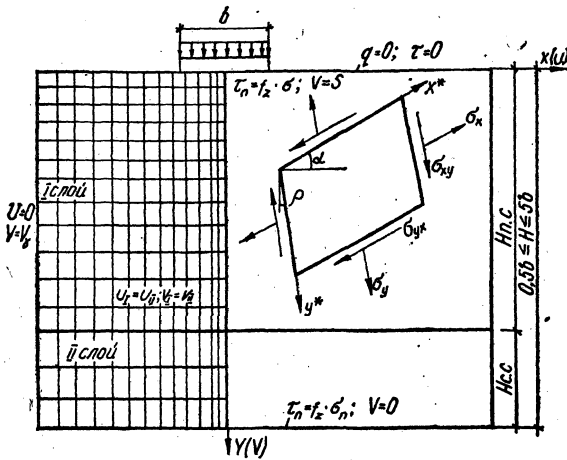
$$\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} \cdot \sin \alpha + \sigma_{xy} \cos \beta) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{yx} \sin \alpha + \sigma_y \cos \beta) + Y_p = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} \cos \alpha + \sigma_{xy} \sin \beta) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{yx} \cdot \cos \alpha + \sigma_y \sin \beta) + X_p = 0.$$

Конечная деформация элементарного объема грунтового основания определяется компонентами тензора деформаций, которые связаны с производными от перемещений соотношениями Грина

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right];$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right];$$



$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right]; \quad (4)$$

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = 0.$$

Связь между величинами напряжений и деформаций принимается в виде соотношений Генки

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} - \sigma_{cp} &= \\ &= 2G \left(\epsilon_{xx} - \frac{1}{3} \epsilon_0 \right); \\ \sigma_{yy} - \sigma_{cp} &= \\ &= 2G \left(\epsilon_{yy} - \frac{1}{3} \epsilon_0 \right); \end{aligned} \quad (5)$$

Рис. 1. Расчетная схема основания.

$$\sigma_{zz} - \sigma_{cp} = 2G \left(-\frac{1}{3} \epsilon_0 \right);$$

$$\sigma_{xy} = 2G \epsilon_{xy}.$$

Для составления разностной схемы используется интегро-интерполяционный метод, сущность которого состоит в том, что исходные дифференциальные уравнения приводятся к интегральной форме [3].

Приближенно вычисляя полученный интеграл по квадратурным формулам, составляется разностная схема.

Вспользуемся интегро-интерполяционным методом для решения уравнений (3), (4), (5) при заданных граничных условиях, указанных на рис. 1. Эти дифференциальные уравнения и граничные условия задачи представлены в конечно-разностной форме. В основании выделяется область ограниченных размеров, она показывается нерегулярной сеткой, в узлах которой аппроксимируются исходные дифференциальные уравнения.

Боковые границы выделенной области основания выбираются на достаточном расстоянии от места приложения внешней нагрузки, чтобы на границах области можно было бы пренебречь перемещениями, вызванными внешней нагрузкой.

При решении рассматриваемой нелинейной задачи в перемещениях систему конечно-разностных уравнений можно представить в форме:

$$[K(V)] \{V\} = \{Q\} + \{Q^{NL}(V)\}, \quad (6)$$

где $[K(V)]$ — матрица жесткости, зависящая от узловых перемещений; $\{V\}$ — вектор обобщенных перемещений; $\{Q\}$ — вектор обобщенных внешних усилий; $\{Q^{NL}(V)\}$ — вектор

тор фиктивных сил, обусловленных геометрически нелинейной частью разностных уравнений.

Решение системы нелинейных алгебраических уравнений (6) проводится методом последовательных приближений по рекуррентному соотношению

$$[K(V_{m-1})] \{V_m\} = \{Q\} + \{Q^{NL}(V_{m-1})\}, \quad (7)$$

где m — номер итерации.

Учитывая, что для рассматриваемых задач матрица $[K]$ значительно разрежена и имеет ленточную структуру, систему уравнений (7) эффективно решать простейшими итерационными методами, которые легко программируются и для реализации которых требуется минимальный объем машинной памяти. Одним из наиболее распространенных итерационных методов решения системы алгебраических уравнений является итерационный метод последовательной верхней релаксации. Однако анализ расчетов показывает, что

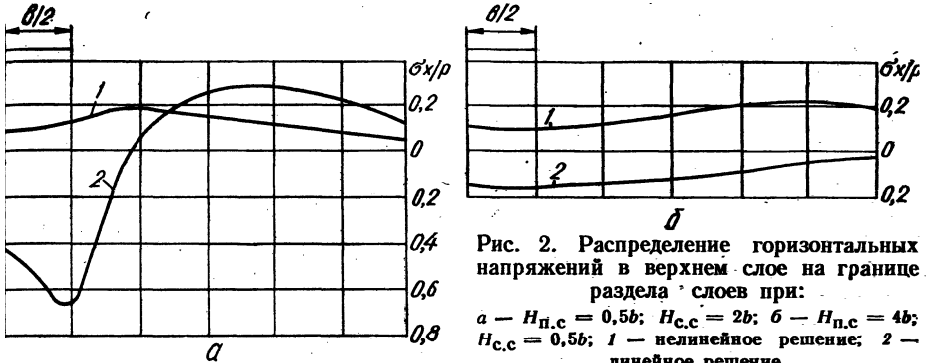


Рис. 2. Распределение горизонтальных напряжений в верхнем слое на границе раздела слоев при:

a — $H_{п.с} = 0,5b$; $H_{с.с} = 2b$; $б$ — $H_{п.с} = 4b$; $H_{с.с} = 0,5b$; 1 — нелинейное решение; 2 — линейное решение.

с увеличением соотношения деформируемости слоев основания число итераций, необходимое для достижения заданной точности, значительно возрастает. Это приводит к большим затратам машинного времени. Так, если при соотношении деформируемости слоев, равном 10, требуется 10 мин машинного времени, то при соотношении, равном 100, затраты машинного времени составят 100 мин. Это обусловлено тем, что скорость сходимости итерационного метода зависит от обусловленности матрицы $[K]$, а последняя ухудшается с повышением степени неоднородности основания. В связи с этим для решения системы (6) при незначительной неоднородности слоистого основания можно использовать итерационный метод последовательной верхней релаксации, а при существенной неоднородности — метод Гаусса. Для численного решения нелинейной задачи составлен алгоритм и написаны программы расчета для ЭВМ системы «ЕС».

Для оценки влияния особенностей деформационных свойств грунтов проведено сравнение результатов расчета слоистых оснований с использованием линейных и нелинейных законов деформирования грунтов. Распределение напряжений и деформаций в слоистом основании зависит от ряда факторов, в том числе от:

- соотношения модулей деформируемости верхнего и нижнего слоев;
- глубины залегания нижнего «слабого» слоя грунта;
- толщины «слабого» слоя.

Рассмотрим влияние этих факторов на распределение напряжений и деформаций в линейно-деформационном основании.

Влияние жесткости отдельных слоев на общее распределение напряжений и деформаций в слоистом основании оценивается сравнительно с однородным основанием. О различии в жесткостях верхнего и нижнего слоев судят по параметру n [4]

$$n = \frac{E_1(1 - \mu_2)^2}{E_2(1 - \mu_1)^2}, \quad (8)$$

где $E_1\mu_1$, $E_2\mu_2$ — модули деформации и коэффициенты Пуассона верхнего и нижнего слоев соответственно.

Для оценки влияния особенностей деформационных свойств грунтов проведено сравнение результатов расчета слоистых оснований с использованием линейных и нелинейных законов деформирования грунтов. Рассмотрим задачу о нагружении полосовым

жестким штампом слоистого основания, состоящего из слоя песка — верхний слой ила — нижний слой. Толщина верхнего песчаного слоя составляет $H_{п.с} = 0,5b$ и толщина нижнего слоя илистого грунта равна $H_{с.с} = 0,5b$. Характеристики деформирования грунта при использовании линейной модели принимаются для песчаного слоя грунта $E_1 = 15$ МПа и $\mu_1 = 0,3$, для слоя ила $E_2 = 0,6$ МПа и $\mu_2 = 0,4$, характеристики деформирования грунтов при использовании нелинейной модели грунтов принимаются по зависимостям (1), (2). На первых этапах нагружения, когда деформирование основания близко к линейному, модули деформируемости при линейной модели и при модели, построенной на основе нелинейных зависимостей (1), (2), примерно равны по значениям. Следовательно, в начале нагружения линейного и нелинейно-деформируемого основания в целом работают в одинаковых условиях.

Результаты сравнения позволяют заключить, что использование нелинейной модели в расчетах слоистого основания с верхним плотным слоем грунта и слабым нижним слоем дает возможность исключить такую особенность, как физически неоправданное возникновение больших растягивающих горизонтальных напряжений в верхнем слое вблизи границы раздела слоев (рис. 2) и значительно снизить величины второго инварианта тензора напряжений в этих же зонах. Вертикальные давления под штампом имеют более равномерное распределение по сравнению с линейным решением, при этом значения в под краями снижаются в целом в 1,5—2 раза.

Для количественного сопоставления результатов решения нелинейных задач воспользуемся данными о распределении напряжений и перемещений в слое нелинейно-деформируемого глинистого грунта, нагружаемого в условиях плоской деформации жестким штампом. Результаты этих исследований приводятся в работах С. С. Вялова [4] и получены на основе исследований в лотке напряженно-деформированного состояния слоя слабого глинистого грунта (каолин с объемным весом $\gamma = 1,85$ Н/м³, $e = 0,92$, $I_T = 0,413$). Испытания на трехосное сжатие показали, что законы изменения деформации объема и формы можно описать уравнениями (1) и (2), параметры которых определялись по данным опытов. Расчеты нами выполнены на ЭВМ при исходных данных, соответствующих опытным: ширина штампа $b = 30$ см, толщина слоя $H_{с.с} = 1,5b = 45$ см; длина лотка $L = 194$ см.

Анализ графиков зависимостей осадок штампа от нагрузок позволяет заключить, что при нагрузках, не превышающих 0,6 МН/м² или, соответственно, при осадках, меньших 0,1 в, решение дает удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными. С увеличением нагрузки при $q > 0,6$ МН/м² существенно увеличивается интенсивность роста осадок штампа.

Сравнение графиков закономерностей изменения деформаций показывает, что в зоне под штампом до глубины $h = 0,5b$ величины фактических деформаций имеют большие значения по сравнению с расчетными по нелинейному решению, но с глубиной они убывают интенсивнее расчетных. Из анализа графиков распределения напряжений видно, что на глубине 0,4b эти напряжения максимальные по величине. Данные о распределении в основании напряжений и деформаций позволяют также определить закономерности изменения величины модулей деформации. Сопоставление изолиний значений модуля сдвига, определенных по данным опыта и расчета, указывает на достаточно хорошее качественное и количественное совпадение результатов.

При начальных нагрузках опытные эпюры реактивных давлений имеют волнообразное очертание, но с ростом нагрузки они становятся седлообразными и хорошо согласуются с расчетными данными. В целом результаты расчетных напряжений и деформаций по нелинейному решению отличаются от результатов, полученных на основе экспериментальных исследований, не более чем на 30%.

Расчет слоистых оснований с использованием нелинейной модели грунта показывает, что наиболее существенным образом влияние слабого слоя сказывается при величине параметра n порядка 20 и более, где параметр n представляет собой отношение секущих модулей, которые определяются по нелинейным деформационным зависимостям грунтов для различных слоев, а также при относительно малых глубинах залегания слабого слоя грунта $H_{п.с} = 1,5b - 2b$ и при его толщине от b до $2b$. Это влияние сказывается еще в большей степени на деформациях и перемещениях. С уменьшением величины параметра различие в результатах для слоистого и однослойного основания уменьшается. При величине параметра $n = 10$ распределение напряжений в однослойном и слоистом основаниях при глубине залегания слабого слоя $H_{п.с} = 4b$ практически одинаково. Но величины деформаций под центром штампа в слабом слое значительно отличаются от величин в однородном песчаном основании. При малых значениях параметра порядка $n = 2$ на-

пряжения и деформации в слоистом основании при глубине залегания слабого слоя $H_{п.с} = 4b$ практически не отличаются от соответствующих величин в однородном песчаном основании. А при большой глубине залегания слабого слоя изменение его толщины от $0,5b$ до $2b$ не приводит к существенному изменению напряжений, однако деформации в слабом слое остаются значительными. Поэтому осадки штампа при достаточно большой глубине его залегания $H_{п.с} = 4b$ и относительно малой толщине слабого слоя порядка $0,5b$ отличаются от осадок штампа на однослойном основании. С уменьшением глубины залегания слабого слоя ($H_{п.с} = 2b$) по сравнению с однослойным песчаным основанием становится существенным различие в распределении как деформаций, так и напряжений, увеличивается концентрация реактивных вертикальных давлений под краями штампа, а также резко возрастают величины осадок штампа на слоистом основании.

Список литературы

1. *Krigel H. L. and Weisner H. H.* Problems of the stress-strain Conditions in Subsoil: Proc. of the Eighth Intern.— Conf. on Soil Mech. and Fond Engineering.— Moscow, 1973, v. 1.3.— 736 p.
2. *Новожилов В. В.* Основы нелинейной теории упругости.— М.; Л.: Гостехиздат, 1948.— 90 с.
3. *Калиткин Н. Н.* Численные методы.— М.: Наука, 1978.— 322 с.
4. *Вялов С. С.* Реологические основы механики грунтов.— М.: Высш. школа, 1978.— 440 с.

Поступила в редколлегию 08.12.81.

УДК 624.154.3.002.6