

# МЕХАНИКА ГРУНТОВ

Д-Р ТЕХН. НАУК, ПРОФ. М. В. МАЛЫШЕВ (МИСИ)

УДК 624.131.52

## Образование и развитие пластической области под краем фундамента при различном коэффициенте бокового давления грунта

Если в грунте или полностью отсутствуют зоны нарушения прочности, или они незначительны, то напряженное состояние массива обычно определяется с использованием теории упругости.

Для определения размера подошвы фундамента важно знать давление, при котором под краями фундамента в грунте начинает образовываться предельная зона, а также как эта зона будет расширяться по мере увеличения нагрузки на фундамент, вплоть до максимального размера, соответствующего потере несущей способности основания.

Давление  $p_{кр}$ , соответствующее началу возникновения области пластической деформации, названное «начальной критической нагрузкой» [1], было получено Н. П. Пузыревским [2] для несвязанного грунта ( $c=0$ ), Н. М. Герсевановым [3], а затем О. К. Фрелихом [4]. Эти авторы рассматривали случай, когда распределение напряжений от собственного веса в грунте было гидростатическим, т. е. коэффициент бокового дав-

ления в условиях естественного залегания [5]  $\xi_0=1$ . Правда, Н. М. Герсеванов получил также зависимости для вычисления  $p_{кр}$  путем подбора при условии  $\xi_0 = \mu_0/(1 - \mu_0) \neq 1$  и  $c=0$  ( $\mu_0$  — коэффициент Пуассона грунта).

В связи с тем, что ограничивать среднее давление под фундаментом таким низким пределом, как  $p_{кр}$  оказалось нерациональным, в действующих нормах [6] предельно разрешаемое давление для расчета осадки по теории упругости повышено до так называемого нормативного давления  $R^н$ , соответствующего образованию незначительных областей пластических деформаций, определенных из условия, что в естественном состоянии  $\xi_0=1$ , а фундамент имеет конечную ширину. При определении  $R^н$  границы пластической области находятся в предположении чисто упругого распределения напряжений в упругой и пластической областях. В связи с этим внутри пластической области оказывается такое напряженное состояние, когда угол наибольшего отклонения превышает угол внутрен-

него трения грунта. Построение границ пластических областей конечных размеров на основе теории упругости обстоятельно было рассмотрено М. И. Горбуновым-Посадовым в работе [7], где показано, что такие области возникают либо под краями штампа конечной ширины, либо при  $\xi_0 \ll 1$  на оси симметрии на некоторой глубине и потом расширяются с ростом нагрузки, занимая все больший объем. В действительности же, внутри пластической области возникает другое, отличающееся от чисто упругого, напряженное состояние, которое определяется решением теории предельного равновесия сыпучей среды, вызывающее в свою очередь перераспределение напряжений в упругих областях. Таким образом, возникает необходимость в упругопластической постановке задачи, приближенному решению которой посвящен ряд работ М. И. Горбунова-Посадова и других авторов.

Ниже рассматривается вопрос о поведении грунта под краем фундамента такой ширины, когда влиянием другого края можно пренебречь. Исследуются условия образования пластической области под ним в случае, когда коэффициент  $\xi_0$  может иметь любое значение, а влияние веса вышележащей толщи заменено пригрузкой  $p_0$ . Предполагается такое заложение подошвы фундамента, когда вес вышележащей толщи, замененный пригрузкой  $p_0$ , намного больше веса грунта в области, переходящей в предельное состояние. Это позволяет также считать боковое давление  $q_0$  не увеличивающимся в этой области по глубине. В такой постановке задачу удастся решить точно.

Вопрос о пределах изменения  $\xi_0$  был обстоятельно рассмотрен В. А. Флориным [8]. Определение  $\xi_0$  в полевых условиях затруднительно, однако эта величина оказывает существенное влияние и на начальную критическую нагрузку, и на размеры пластической области. Как показывают экспериментальные исследования для глинистых грунтов, проведенные в полевых условиях [9],  $\xi_0$  колеблется для плавунных глин в пределах 0,4—0,5, а для остальных глин 0,5—0,6.

Расчетная схема представлена на рис. 1, где рассматривается, как и в теории предельного равновесия сыпучей среды, полубесконечная нагрузка. До момента, пока  $p$  невелико, в полуплоскости имеет место чисто упругое состояние, а при  $p = p_{кр}$  происходит зарождение пластической области вдоль луча, для которого  $\theta = -\varphi$  [10, 11]. Разделим полуплоскость на три клина: I— $AOA_1$ , II— $A_2OB$  и III— $A_1OA_2$ , причем на их границах поставим следующие условия:

вдоль  $AO$  имеем  $\theta = -\pi/2$ ;  $\sigma_\theta = p_0$ ;  $\tau_{r\theta} = 0$ ;

вдоль  $OB$  имеем  $\theta = \pi/2$ ;  $\sigma_\theta = p + p_0$ ;  $\tau_{r\theta} = 0$ ;

вдоль  $OA_1$  при  $\theta = \alpha_1$  и  $OA_2$  при  $\theta = \alpha_2$

$$\sigma_r = \sigma_\theta \frac{1 + \sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} + 2c \operatorname{ctg} \varphi;$$

$$\tau_{r\theta} = -(\sigma_\theta \operatorname{tg} \varphi + c).$$

Условия вдоль границ  $OA_1$  и  $OA_2$  получены исходя из того, что они являются линиями скольжения и вдоль них удовлетворяется условие прочности

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 = (\sigma_r + \sigma_\theta + 2c \operatorname{ctg} \varphi)^2 \sin^2 \varphi \quad (1)$$

а также

$$|\tau_{r\theta}| = \sigma_\theta \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (2)$$

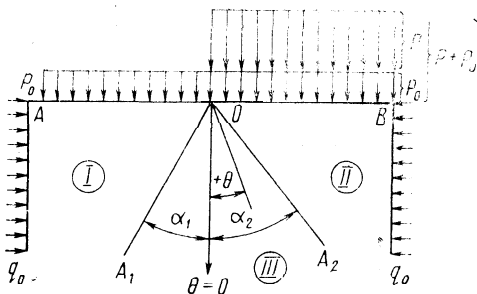


Рис. 1. Расчетная схема

т. е. система уравнений (1) и (2) разрешена относительно  $\sigma_r$ . Знак перед  $\tau_{r\theta}$  взят в соответствии с избранной системой координат. Для компонент напряжений в областях I и II использованы выражения, удовлетворяющие основным уравнениям теории упругости [10]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= C_1 - C_2 \cdot 2\theta + D_1 \sin 2\theta - D_2 \cos 2\theta; \\ \sigma_\theta &= C_1 - C_2 \cdot 2\theta - D_1 \sin 2\theta + D_2 \cos 2\theta; \\ \tau_{r\theta} &= C_2 + D_1 \cos 2\theta + D_2 \sin 2\theta. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для пластической области III применено решение Прандтля для клина [10], в котором проведены преобразования, упрощающие дальнейшие выкладки ( $\sigma_\theta$  при  $\theta = \alpha_1$  обозначено  $\sigma_\theta^{\alpha_1}$ ):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= (\sigma_\theta^{\alpha_1} + c \operatorname{ctg} \varphi) e^{2(\theta - \alpha_1) \operatorname{tg} \varphi} - c \operatorname{ctg} \varphi; \\ \sigma_r &= \sigma_\theta \frac{1 + \sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} + 2c \operatorname{tg} \varphi; \\ \tau_{r\theta} &= -(\sigma_\theta \operatorname{tg} \varphi + c). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Дальнейшие выкладки связаны с определением коэффициентов в зависимостях (3), исходя из принятых граничных условий. Для области I они равны:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= p_0 - (p_0 \sin \varphi + c \cos \varphi) [\sin (2\alpha_1 + \varphi) + \sin \varphi - \\ &\quad - \pi \cos (2\alpha_1 + \varphi)] M; \\ C_2 &= D_1 = -(p_0 \sin \varphi + c \cos \varphi) \cos (2\alpha_1 + \varphi) M; \\ D_2 &= -(p_0 \sin \varphi + c \cos \varphi) [\sin (2\alpha_1 + \varphi) + \sin \varphi] M; \\ M &= \left\{ \cos \varphi + \cos (2\alpha_1 + \varphi) - (\pi + 2\alpha_1) \sin \varphi \right\} \times \\ &\quad \times \cos (2\alpha_1 + \varphi) + [\sin (2\alpha_1 + \varphi) + \sin \varphi]^2 \}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

и позволяют найти значение  $\sigma_\theta$  при  $\theta = \alpha_1$ :

$$\sigma_\theta^{\alpha_1} = p_0 - (p_0 \sin \varphi + c \cos \varphi) \times$$

$$\times \frac{\sin (2\alpha_1 + \varphi) + \sin \varphi (2 + \cos 2\alpha_1) - \dots}{1 + \cos \varphi \cos (2\alpha_1 + \varphi) + \dots}$$

$$\dots \frac{- (\pi + 2\alpha_1) \cos (2\alpha_1 + \varphi)}{+ \sin \varphi [\sin \varphi + 2 \sin (2\alpha_1 + \varphi) - (\pi + 2\alpha_1) \cos (2\alpha_1 + \varphi)]} \quad (6)$$

Для области II справедливы зависимости (3), где коэффициенты, обозначенные со штрихом, имеют другие значения:

$$\left. \begin{aligned} C_1' &= p_0 + p + \pi D_1'; \quad C_2' = D_1'; \\ D_1' &= \frac{-(p_0 + p) \sin 2\alpha_2 + \sigma_\theta^{\alpha_1} \operatorname{tg} \varphi e^{2(\alpha_2 - \alpha_1) \operatorname{tg} \varphi} \times}{[\pi - 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_2 + (1 + \cos 2\alpha_2) \operatorname{ctg} \varphi] \sin 2\alpha_2 - \dots} \\ &\quad \times (1 + \cos 2\alpha_2 + \sin 2\alpha_2 \operatorname{ctg} \varphi) \\ &\quad \dots \frac{- (1 + \cos 2\alpha_2) (1 + \cos 2\alpha_2 + \sin 2\alpha_2 \operatorname{ctg} \varphi)}{}; \\ D_2' &= -\frac{1}{\sin 2\alpha_2} \left[ \sigma_\theta^{\alpha_1} \operatorname{tg} \varphi e^{2(\alpha_2 - \alpha_1) \operatorname{tg} \varphi} + D_1' (1 + \cos 2\alpha_2) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Далее производится приравнивание действующих справа и слева напряжений  $\sigma_\theta$  и  $\tau_{r\theta}$  вдоль луча  $OA_2$ , которое дает при  $\theta = \alpha_2$  и подстановке (7) и (8) в (3) при  $\theta = \pi/2$  искомое выражение для нагрузки  $p$  через значения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . После громоздких преобразований получим следующее выражение:

$$\frac{p}{p_0 + c \operatorname{ctg} \varphi} + 1 =$$

$$= \frac{(1 + \cos 2\alpha_1) \left\{ 1 + \cos 2\alpha_2 + \sin \varphi [\sin \varphi + \sin (2\alpha_2 + \varphi) + \dots] \right.}{(1 + \cos 2\alpha_2) \left\{ 1 + \cos 2\alpha_1 + \sin \varphi [\sin \varphi + \sin (2\alpha_1 + \varphi) - \dots] \right.}$$

$$\left. \left. + (\pi - 2\alpha_2) \cos (2\alpha_2 + \varphi) \right\} e^{2(\alpha_2 - \alpha_1) \operatorname{tg} \varphi} \right.}{\left. - (\pi + 2\alpha_1) \cos (2\alpha_1 + \varphi) \right\}} \quad (9)$$

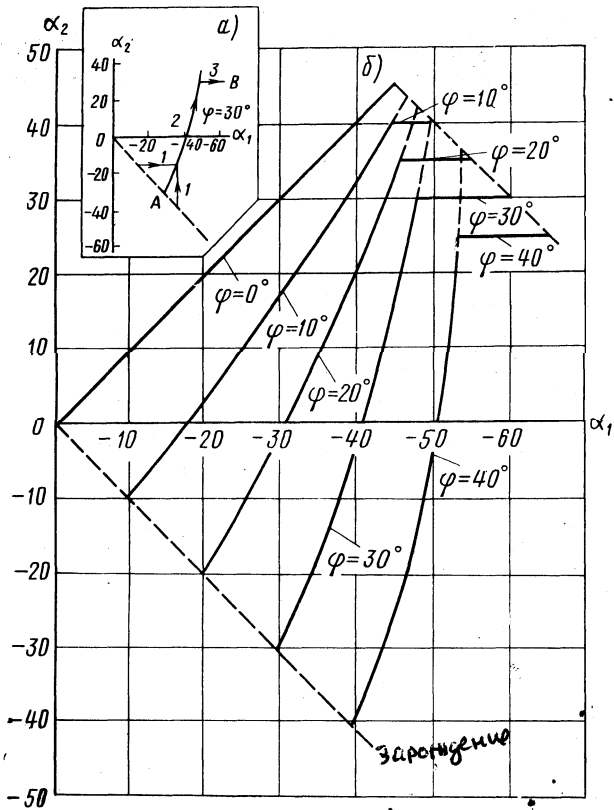


Рис. 2. График зависимости между углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  для разных значений  $\varphi$   
 а — схема для определения зависимости  $\alpha_2$  от  $\alpha_1$  при различном  $\theta_{зар}$ ; 1, 2, 3 — порядок расчета

Зависимость (9) аналогична полученной ранее И. В. Федоровым [11]. В нее входят углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в качестве параметров, связь между которыми будет установлена далее.

Исследуем сначала наиболее простой, но требующий особого рассмотрения случай идеально связной среды ( $\varphi=0$ ,  $c \neq 0$ ). Здесь в зоне  $HI$  выражения для напряжений будут [10]:

$$\sigma_r = \sigma_\theta = 2c(\theta - \alpha_1) + \sigma_\theta^y; \quad \tau_{r\theta} = \frac{p}{2}c, \quad (10)$$

и вместо (9) получим

$$p = c \left[ \frac{\pi \cos 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_1 - 2\alpha_1}{1 + \cos 2\alpha_1} + \frac{\pi \cos 2\alpha_2 + \sin 2\alpha_2 + 2\alpha_2}{1 + \cos 2\alpha_2} \right]. \quad (11)$$

Установим для этого случая начальную критическую нагрузку  $p_{кр}$ , соответствующую зарождению пластической области, когда  $\alpha_1 = \alpha_2 = \theta_{зар}$ . Для этого воспользуемся упругим решением задачи, которое дается формулами (3) при следующих значениях коэффициентов (обозначены с индексом «у»):

$$C_1^y = \frac{1}{2}(p_0 + p + q_0); \quad C_2^y = -\frac{p}{2\pi};$$

$$D_1^y = -\frac{p}{2\pi}; \quad D_2^y = \frac{1}{2}(q_0 - p_0) \quad (12)$$

и удовлетворяет поставленным граничным условиям, в частности при  $\theta=0$  имеем

$$\sigma_r = \frac{p}{2} + p_0; \quad \sigma_\theta = \frac{p}{2} + q_0. \quad (13)$$

Очевидно, что зарождение пластической области будет происходить вдоль того луча, где  $\tau_{r\theta}$  достигает максимального значения. Поскольку вдоль него возникает предельное состояние, то  $|\tau_{r\theta}| = c$ . Отыскивая максимум, находим, что он имеет место вдоль луча, для которого

$$\operatorname{tg} 2\theta_{зар} = \frac{\pi(p_0 - q_0)}{p},$$

или

$$\theta_{зар} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\pi(p_0 - q_0)}{p}. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (10) и учитывая, что в рассматриваемом случае  $\theta_{зар} = \alpha_1 = \alpha_2$ , получаем выражение для критической нагрузки

$$p_{кр} = \pi c - \frac{\pi(p_0 - q_0)^2}{4c} = \pi \left[ c - \frac{p_0^2}{4c} (1 - \xi_0)^2 \right], \quad (15)$$

после чего, подставив (15) в (14), имеем

$$\operatorname{tg} 2\theta_{зар} = \frac{4p_0c(1 - \xi_0)}{4c^2 - p_0^2(1 - \xi_0)^2}; \quad \xi_0 = \frac{q_0}{p_0}. \quad (16)$$

При  $p_0 = q_0$  или  $\xi_0 = 1$  формула (15) обращается в хорошо известную [11], причем по (16)  $\theta_{зар} = 0$  и (11) совпадает с полученной ранее [10]. Характерным является то, что при  $\xi_0 = 1$  нагрузка  $p_{кр}$  оказывается наибольшей.

Более сложными получаются зависимости, если грунт обладает трением и сцеплением ( $\varphi \neq 0$ ,  $c \neq 0$ ). В этом случае зарождение пластической области будет происходить вдоль луча, для которого значение

$$\frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{r\theta}^2}{(\sigma_r + \sigma_\theta + 2c \operatorname{ctg} \varphi)^2} \quad (17)$$

достигает максимума, в свою очередь равно  $\sin^2 \varphi$ . Подставляя в (17) зависимости (3), соответствующие упругому решению, т. е. при коэффициентах, даваемых формулами (12), а затем отыскивая производную по  $\theta$  и приравнявая ее нулю, а выражение (17) к  $\sin^2 \varphi$  для этого же луча  $\theta_{зар} = \alpha_1 = \alpha_2$ , получаем после существенных преобразований систему»

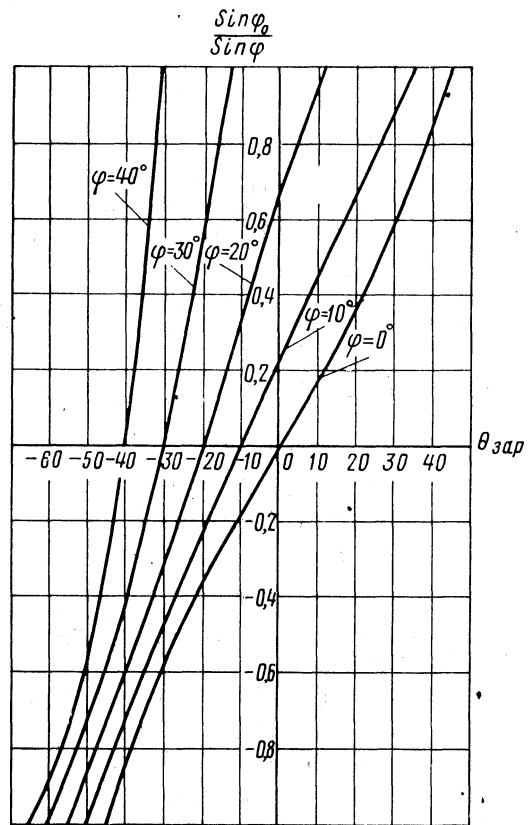


Рис. 3. График зависимости  $\theta_{зар}$  от  $\sin \varphi_0 / \sin \varphi$  при разных  $\varphi$

$$\sin \varphi_0 = \frac{\rho_0 - q_0}{\rho_0 + q_0 + 2c \operatorname{ctg} \varphi} = \frac{1 - \xi_0}{1 + \xi_0 + \frac{2c}{\rho_0} \operatorname{ctg} \varphi} =$$

$$= \frac{\sin \varphi [\sin \varphi + \sin (2\theta_{\text{зар}} + \varphi)]}{1 + \cos 2\theta_{\text{зар}} - (\pi + 2\theta_{\text{зар}}) \sin \varphi \cos (2\theta_{\text{зар}} + \varphi)} \leq \sin \varphi; \quad (18)$$

$$\rho_{\text{кр}} = \frac{\pi (\rho_0 - q_0) \cos (2\theta_{\text{зар}} + \varphi)}{\sin \varphi + \sin (2\theta_{\text{зар}} + \varphi)} =$$

$$= \frac{\pi \rho_0 (1 - \xi_0) \cos (2\theta_{\text{зар}} + \varphi)}{\sin \varphi + \sin (2\theta_{\text{зар}} + \varphi)}. \quad (19)$$

Формула (19) требует раскрытия неопределенности, получающейся при  $\xi_0=1$ , так как в этом случае из (18) следует, что  $\theta_{\text{зар}}=-\varphi$  [11]. Раскрывая эту неопределенность, получаем вместо (19) известную формулу Герсеванова

$$\rho_{\text{кр}} = \frac{\pi \rho_0 \left(1 + \xi_0 + \frac{2c}{\rho_0} \operatorname{ctg} \varphi\right) \sin \varphi \cos (2\theta_{\text{зар}} + \varphi)}{1 + \cos 2\theta_{\text{зар}} - (\pi + 2\theta_{\text{зар}}) \sin \varphi \cos (2\theta_{\text{зар}} + \varphi)} =$$

$$= \frac{\pi (\rho_0 + c \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{ctg} \varphi - \frac{\pi}{2} + \varphi}. \quad (20)$$

Вместе с тем из (18) и (19) следует, что случай  $\xi_0=1, \theta_{\text{зар}}=-\varphi$  соответствует максимуму  $\rho_{\text{кр}}$ , определяемому по (20). Таким образом, оказывается возможным с помощью зависимостей (14), (15), (18), (19), (20) установить значение угла  $\theta_{\text{зар}}$ , определяющего положение зарождающейся пластической области, и величину нагрузки, при которой это зарождение происходит. Дальнейший рост нагрузки вызывает увеличение пластической области, а связь между ними для идеально связной среды дается зависимостью (11) и для общего случая среды, обладающей трением и сцеплением, выражением (9). Для того чтобы воспользоваться этими зависимостями, необходимо знать связь между  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$ . В. В. Соколовский рассматривал эту задачу при  $\xi_0=1$  и в этом случае из-за симметрии считал  $\alpha_2=-\alpha_1$ . И. В. Федоров [11], зная предельные значения  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$  при зарождении и при полном раскрытии пластической области, воспользовался линейной интерполяционной формулой

$$\alpha_1 = -\frac{2\pi\varphi}{\pi + 2\varphi} - \frac{\pi - 2\varphi}{\pi + 2\varphi} \alpha_2. \quad (21)$$

Для связи между  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$  воспользуемся экстремальным принципом, согласно которому зона предельного состояния будет располагаться так, чтобы ее размер при одной и той же величине внешнего усилия был минимальным, или при одном и том же размере пластической области она расположится таким образом, чтобы внешняя нагрузка была наибольшей. Очевидно также, что с ростом нагрузки абсолютные значения углов  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$  не должны уменьшаться. Кроме того, у нас имеются значения начальные  $\alpha_1=\alpha_2=\theta_{\text{зар}}$  и конечные для полного раскрытия области III:

$$\alpha_1 = -\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right); \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2},$$

когда (9) обращается в формулу Прандтля

$$\frac{p}{\rho_0 + c \operatorname{ctg} \varphi} + 1 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}. \quad (22)$$

Для того чтобы найти недостающую связь между  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$ , следует приравнять нулю производную  $\frac{\partial p}{\partial (\alpha_1 + \alpha_2)}$  при  $\alpha_2 = -\alpha_1 = \operatorname{const}$ , причем  $p$  определяется из (9). Для отыскания связи  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$  получим уравнение

$$\frac{-[\sin \varphi + \sin (2\alpha_1 + \varphi)] (\pi + 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_1)}{(1 + \cos 2\alpha_1) \left\{1 + \cos 2\alpha_1 + \sin \varphi [\sin \varphi + \sin (2\alpha_1 + \varphi) - (\pi + 2\alpha_1) \cos (2\alpha_1 + \varphi)]\right\}} =$$

$$= \frac{[\sin \varphi + \sin (2\alpha_2 + \varphi)] (\pi - 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_2)}{(1 + \cos 2\alpha_2) \left\{1 + \cos 2\alpha_2 + \sin \varphi [\sin \varphi + \sin (2\alpha_2 + \varphi) + (\pi - 2\alpha_2) \cos (2\alpha_2 + \varphi)]\right\}}. \quad (23)$$

Это уравнение может быть решено только численно. Результат такого решения представлен на рис. 2. Таким образом, полное решение задачи представляется схемой, приведенной на рис. 2,а. При  $\alpha_1=\alpha_2=\theta_{\text{зар}}>-\varphi$  участок 1 горизонтален ( $\alpha_1=\operatorname{const}$ ) до пересечения с линией максимума, образующей участок 2, а при  $\alpha_1=\alpha_2=\theta_{\text{зар}}<-\varphi$  вертикален до пересечения с той же линией. Участок 3 всегда горизонтален. Ход кривой на участках 2 и 3 оказывается определенным, а на положение участка 1 влияет значение  $\theta_{\text{зар}}$ . В решении [11] точек А и В (рис. 2,а) соединялись прямой. В предельном случае при  $\theta_{\text{зар}}=-\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$  точки А и В лежат на одной вертикали, а при  $\theta_{\text{зар}}=\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$  на одной горизонтали. На рис. 3

приведен вспомогательный график зависимости  $\theta_{\text{зар}}$  от  $\sin \varphi / \sin \varphi_0$  для разных значений  $\varphi$ , рассчитанный в соответствии с формулами (18) и (19), а на рис. 4 график для  $\rho_{\text{кр}}/\rho_{\text{макс}}$  в зависимости от  $\sin \varphi_0 / \sin \varphi$ . На рис. 5 дан график  $\rho_{\text{кр}}/\rho_{\text{макс}}$  в зависимости от  $\xi_0=q_0/\rho_0$  для сыпучего грунта ( $c=0$ ).

*Пример.* Угол внутреннего трения  $\varphi=30^\circ$ , удельное сцепление  $c=0$ . Коэффициент бокового давления в условиях естественного залегания  $\xi_0$  равен  $\xi_0=0,33$ ;  $\xi_0=1$ ;  $\xi_0=2,5$  (далее другим значениям соответственно будет присваиваться индекс с таким же числом штрихов). Из формулы (18) получаем  $\sin \varphi_0 / \sin \varphi = 1; 0; -0,856$ . Далее из (18) или графика рис. 3 устанавливаем значение  $\theta_{\text{зар}}$ , равное  $-13; -30; -54^\circ$ , затем из (19) находим  $\rho_{\text{кр}}$  или из рис. 4 и 5 отношение

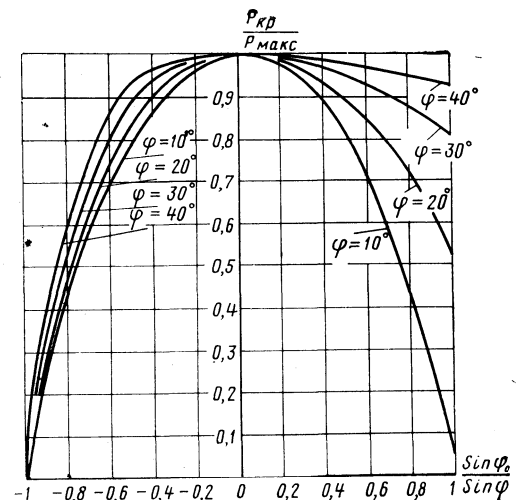


Рис. 4. Зависимость  $\rho_{\text{кр}}/\rho_{\text{макс}}$  от  $\sin \varphi_0 / \sin \varphi$  при разных  $\varphi$

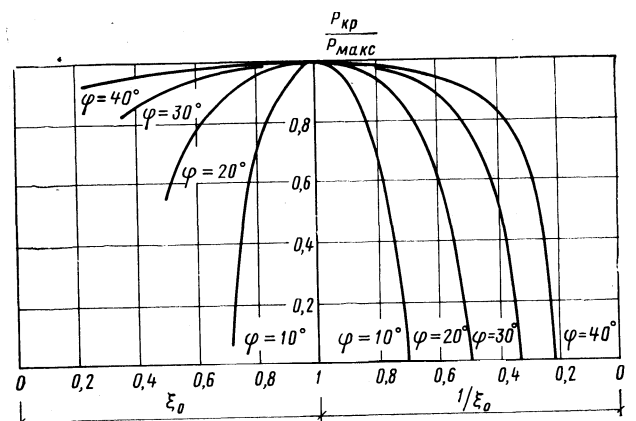


Рис. 5. Зависимость  $\rho_{\text{кр}}/\rho_{\text{макс}}$  от  $\xi_0$  (слева) и от  $1/\xi_0$  (справа) для несвязного грунта

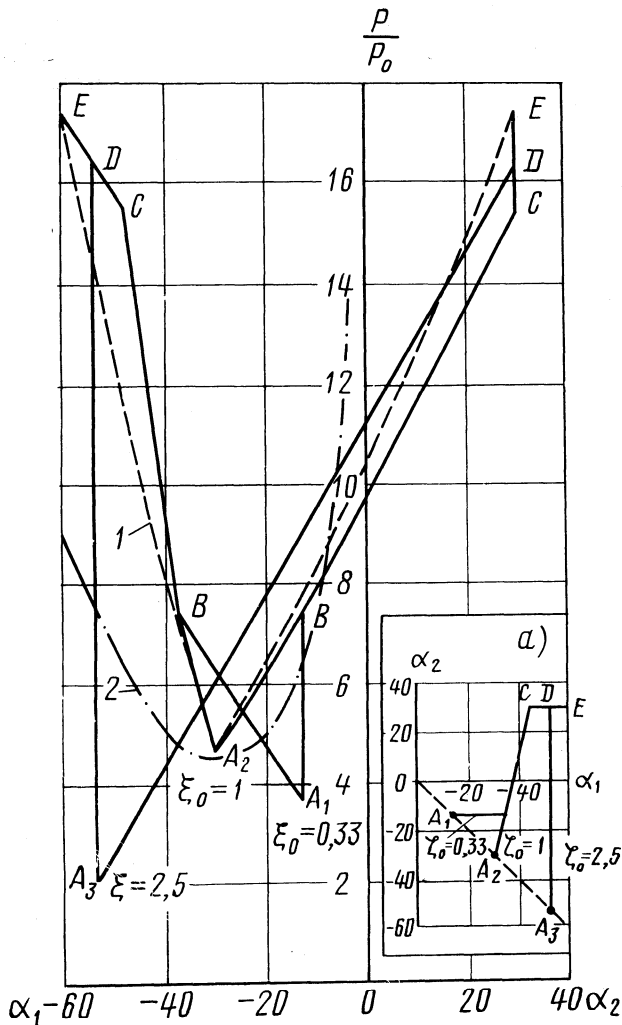


Рис. 6. Результаты расчёта (пример)  
Сплошные линии — предлагаемое решение; 1 — решение [11];  
2 — решение по теории упругости; а — схема расчёта

$p_{кр}/p_{макс}$ , причем  $p_{макс}$  определяется из (20). Получаем значения  $p_{кр} = 3,7 p_0$ ;  $p_{кр} = 4,57 p_0$ ;  $p_{кр} = 2,1 p_0$ . Затем пользуемся формулой (9) и построениями, представленными на рис. 2. Расчеты выполнены согласно схеме, показанной на рис. 6. Здесь же приведены результаты расчетов для всех трех случаев, а также границы предельной области согласно [11] и по решению теории упругости [9] для нашего случая. Полное раскрытие пластической области соответствует решению (22). Оказывается, что, пользуясь решением теории упругости, мы значительно завышаем размеры пластической области. Это

происходит потому, что предельная область при упругом решении оказывается «перенапряженной», а упругая «недонапряженной». При упругопластическом решении «перенапряженность» в предельной области отсутствует, в то время как «недонапряженность» в упругих областях будет меньше.

Полученное решение может быть использовано для оценки угла раскрытия пластической области под краем заглубленного в грунт фундамента, особенно фундамента глубокого заложения, практические методы расчета которых были рассмотрены В. Г. Березанцевым [12].

## Выводы

1. Коэффициент бокового давления грунта в условиях естественного залегания  $\xi_0$ , как показывают экспериментальные исследования, часто не равен единице, а меньше ее.

2. Нагрузка  $p_{кр}$ , при которой происходит зарождение (начало образования) пластической области, зависит от  $\xi_0$ , причем  $p_{кр}$  наибольшая при  $\xi_0 = 1$ . При  $\xi_0 < 1$  нагрузка уменьшается по сравнению с максимальным значением менее, чем при  $\xi_0 > 1$ , причем это существенно зависит от угла внутреннего трения грунта  $\varphi$ . При том же значении  $\varphi$  с увеличением удельного сцепления с уменьшением  $p_{кр}$  замедляется.

3. Пластическая область располагается таким образом, что она оказывается наименьшей при одной и той же общей нагрузке или заданному размеру пластической области соответствует наибольшая нагрузка.

4. Определяя размеры пластической области из решения теории упругости, мы значительно преувеличиваем их по сравнению с упругопластическим решением.

5. Местоположение зарождения пластической области существенно зависит от  $\varphi$  и  $\xi_0$  и может происходить как вдоль луча, направленного под фундамент ( $\xi_0 < 1$ ), так и в сторону от него ( $\xi_0 > 1$ ).

6. Полученное решение рекомендуется для оценки угла раскрытия пластической области под краями заглубленных фундаментов и особенно фундаментов глубокого заложения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Цытович Н. А. Механика грунтов.—М., Госстройиздат, 1963.
2. Пузыревский Н. П. Фундаменты.—Л.—М., ОНТИ, Госстройиздат, 1934.
3. Герсеванов Н. М. Собрание сочинений. Том I, М., Стройвоенмориздат, 1948.
4. Фрельх О. К. Распределение давления в грунте.—М., Изд. Наркомхоза РСФСР, 1938.
5. Фёдоров И. В., Малышев М. В. О боковом давлении в песчаных грунтах.—«Гидротехническое строительство», 1954, № 6.
6. СНиП II-Б.1-62. Основания зданий и сооружений.—М., Стройиздат, 1962.
7. Горбунов-Посадов М. И. Пластические деформации в грунте под жёстким фундаментом. Сб. № 13 НИИ оснований и фундаментов. «Физика и механика грунтов».—М., Госстройиздат, 1949.
8. Флорин В. А. Основы механики грунтов. Том I.—Л.—М., Госстройиздат, 1959.
9. Bjerrum L., Andersen K. H. In-Situ Measurement of Lateral Pressures in Clay. Fifth European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1, Madrid, 1972.
10. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. Изд. 3-е.—М., Физматгиз, 1960.
11. Федоров И. В. Некоторые задачи упругопластического распределения напряжений в грунтах, связанные с расчётом оснований.—«Инженерный сборник» Института механики АН СССР, с. XXVI, 1958.
12. Березанцев В. Г. Расчёт оснований сооружений.—Л., Стройиздат, 1970.