

Проф. доктор техн. наук М. В. МАЛЫШЕВ
/МИСИ им. В. В. Куйбышева/

РАСЧЕТ ОСАДОК ФУНДАМЕНТОВ ЗА ПРЕДЕЛОМ ЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ

В практике расчёта осадок фундаментов наиболее часто используются решения теории линейно-деформируемой среды - теории упругости. В теории линейно-деформируемой среды /Цытович, 1963/ применяются решения задач, полученные в классической теории упругости тел, подчиняющихся закону Гука. Однако при этом делается оговорки о том, что зоны с предельным состоянием должны отсутствовать вовсе или быть настолько малыми по своим размерам, что их влияние не должно сказываться на изменении напряжённого состояния массива по сравнению с чисто упругим, и что процесс разгрузки должен рассматриваться особо.

В общем случае для вычисления величин осадок следует рассматривать пространственную задачу для столбчатых фундаментов и плоскую задачу для ленточных фундаментов. Решения таких задач получить достаточно трудно, хотя затруднений в этой части стало меньше в связи с применением компьютеров и возможностью проведения вычислений для каждого конкретного случая. Но, несмотря на это, к решению задач в нелинейной постановке мы практически только приступаем - пока имеются лишь отдельные решения /Широков и др., 1970; Федоровский и др., 1975/ и сделать обобщающие выводы ещё сложно. Однако можно указать на то, что осадка в случае нелинейных зависимостей между деформациями и напряжениями формируется более концентрированно, по сравнению с линейным решением, в верхней части основания, непосредственно под фундаментом. В случае, рассмотренном в статье Широкова и др. /1970/ в зоне, распространяющейся на глубину, равную полутора диаметрам круглого фундамента формировалось 94 % общей осадки и только 6 % её падало на нижерасположенную толщу, в то время как при расчёте по линейным зависимостям на верхнюю толщу той же высоты приходилось 70 % общей осадки.

Ниже описывается практический метод расчёта осадок с учётом нелинейных зависимостей между напряжениями и деформациями, который следует считать оценочным, дающим величину осадки с некоторым преувеличением по сравнению с решением, которое мы получили бы в точной постановке. Однако такой способ расчёта осадки, который предлагается здесь, полезен для практических целей так как

при этом расширяется предел тех давлений, которые мы можем допустить под фундаментом. Следует отметить, что приближённые способы учёта нелинейности зависимости осадки от нагрузки предлагались и ранее /Березанцев, 1970/.

Начнём с рассмотрения известной задачи об осадке фундамента прямоугольной формы на основании в виде упругого полупространства, то-есть обратимся к решению Шлейхера /Цытович, 1963/. Это решение имеет достаточно простой вид и содержит коэффициент ω , являющийся функцией формы загруженной площади и жёсткости фундамента.

Области пластических деформаций возникают под краями фундамента при сравнительно небольших нагрузках. Хорошо известно решение Цузыревского-Герсеванова-Фрелиха /Цытович, 1963/ для краевой критической нагрузки. Полученная ими формула выведена в предположении, что коэффициент бокового давления грунта в условиях его естественного залегания то-есть отношение напряжений бокового к вертикальному, в массиве грунта равен единице, а именно $\zeta_0 = 1$.

Как показали дальнейшие исследования /Малышев, 1975/, при коэффициенте бокового давления в условиях естественного залегания $\zeta_0 < 1$, а также и при $\zeta_0 > 1$ краевая критическая нагрузка P' уменьшается по сравнению со случаем, когда $\zeta_0 = 1$. Она выражается особо простой формулой, если сопротивление грунта сдвигу вызывается только сцеплением, а трение отсутствует. В этом случае имеем

$$P' = \pi \left[c - \frac{P_c^2}{4c} (1 - \zeta_0)^2 \right]; \quad \zeta_0 = \frac{\sigma_v}{P_0} \quad /1/$$

где c - удельное сцепление, P_c - пригрузка /Рис.1/. В том случае, когда грунт основания обладает и трением и сцеплением, определение P' усложняется и производится с помощью формул и графиков, приведенных в статье Малышева /1975/. Лишь в частном случае при $\zeta_0 = 1$ из /1/ и рекомендованного Малышевым /1975/ способа расчёта мы путём предельного перехода получаем известную формулу

$$P' = \frac{\pi (P_0 + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{ctg} \varphi - \pi/2 + \varphi} \quad /2/$$

Вводя широко практикуемые в механике грунтов допущения о возможности использования аппарата теории упругости для определения напряжений и деформаций, осадку в пределах изменения нагрузки от нуля до P' можно получить из решения теории упругости для одно-

что нагрузка
распределяется
по поверхности
в пределах
загрузки
улицы
равномерно, м

Рис. 1

родного полупространства, воспользовавшись формулой Шлейхера

$$S = \frac{\omega p b (1 - \mu_0^2)}{E_0} \quad /3/$$

где ω - отмечавшийся выше коэффициент формы, b - ширина /наименьший размер/ фундамента, p - удельная равномерная нагрузка на фундамент, причём $0 \leq p \leq p'$, E_0 - модуль деформации грунта и μ_0 - его коэффициент Пуассона. Обозначим осадку, подсчитанную для случая, когда $p = p'$, через S' , то-есть

$$S' = \frac{\omega p' b (1 - \mu_0^2)}{E_0} \quad /4/$$

Второй критической нагрузкой p'' является нагрузка, соответствующая исчерпанию основанием его несущей способности. Она может быть определена по формуле Прандтля и в соответствии с таблицей, рассчитанной Соколовским /1960/, а также предложением Малышева /1961/, позволяющим воспользоваться решением теории предельного равновесия сыпучей среды для одностороннего выпирания применительно к случаю двухстороннего выпирания грунта из-под фундамента. При определении p'' следует иметь в виду рекомендации, касающиеся назначения расчётных величин угла внутреннего трения φ и удельного сцепления c /Малышев и др., 1968/.

Предельная нагрузка p'' по Прандтлю-Соколовскому равна

$$p'' = N_\gamma p_0 + N_c c + N_b \gamma b \quad /5/$$

$$N_\gamma = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{-\pi \tan \varphi}; \quad N_c = (N_\gamma - 1) ctg \varphi$$

N_b - определяется из Таблицы в зависимости от φ , p_0 - пригрузка, γ - объёмный вес грунта основания, b - ширина фундамента.

φ°	0	5	10	15	20	25	30	35	40
N_b	0	0,04	0,14	0,35	0,79	1,73	3,80	8,8	21,6

Очевидно, что осадка для случая, когда на основание действует нагрузка p'' будет большой, так как по исчерпанию несущей способности фундамент полностью проваливается в основание. Можно считать в математическом выводе, что осадка в этом случае равна

Формула (3) при $\omega = 1$ соответствует формуле Шлейхера для случая равномерной нагрузки. При $\omega < 1$ формула (3) учитывает неравномерность нагрузки. При $\omega = 0$ формула (3) даёт нулевую осадку, что соответствует случаю сосредоточенной нагрузки.

В расчётах по формуле (5) необходимо учитывать, что при определении p'' следует использовать расчётные значения φ и c , а не фактические. Кроме того, необходимо учитывать влияние пригрузки p_0 на величину N_b .

Рис. 2

бесконечности. Таким образом, на кривой зависимости осадки S от нагрузки P /Рис. 2/ мы имеем точное решение задачи на участке 0-I и положение асимптоты кривой II. Для того, чтобы получить уравнение кривой на участке I-II, следовало бы решить задачу с применением нелинейной теории упругости.

Для построения кривой $S(P)$ на участке I-II воспользуемся инженерным способом. Н.А.Цытовичем /1963/ был предложен метод эквивалентного слоя. Идея этого метода заключалась в том, что определялась толщина такого слоя, находящегося в условиях невозможности бокового расширения и имеющего неограниченную ширину, осадка которого при той же величине внешнего давления P была бы равна осадке поверхности полупространства, нагруженного по прямоугольной площадке такой же нагрузкой P . Характеристики деформируемости грунта в том и другом случаях считались одинаковыми.

Таким образом, условия невозможности бокового расширения грунта приводили к известной связи между боковым q и вертикальным P давлениями /Рис. 3/

Рис. 3

$$q = \frac{\mu_c}{1 - \mu_c} P = \zeta_{\text{упр}} P \quad /6/$$

Для построения расчётной схемы в интересующем нас случае воспользуемся следующими предположениями: 1/ при нагрузке $P \leq P'$ справедлива зависимость /6/ и выполняется условие невозможности бокового расширения; 2/ при $P > P'$ коэффициент бокового давления ζ , под которым здесь понимается отношение q/P равен

$$\zeta = \frac{q}{P} = \frac{q' + \Delta q}{P' + \Delta P} \quad /7/$$

В предельном состоянии будем иметь

$$\zeta_{\text{пред}} = \frac{q''}{P''} \quad /8/$$

Поскольку в предельном состоянии будет выполняться условие предельного равновесия, то, используя условие прочности Кулона-Мора, получим

$$q'' = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} P'' - \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad /9/$$

Рис. 4

Считая $\zeta = q/P$ на втором участке изменяющимся от $\zeta_{\text{упр}}$ до $\zeta_{\text{пред}}$ по линейному закону в зависимости от P , получим (рис. 4)

$$\zeta = \frac{q}{P} = \frac{\zeta_{\text{пр}} + \zeta_{\text{упр}}}{2} - \frac{\zeta_{\text{упр}} - \zeta_{\text{пр}}}{2} \cdot \frac{2P - (P'' + P')}{P'' - P'} \quad /10/$$

эта зависимость при $p = p'$ даёт $\xi = \xi_{чпр}$, а при $p = p''$ имеем $\xi = \xi_{прс}$. X

Рис. 5

Обратимся к зависимости Гука, считая, что сжатие в вертикальном направлении происходит вдоль оси Z , а вдоль осей X и Y рассматриваемый нами цилиндр расширяется /Рис.5/. Приращение осадки поверхности цилиндра равно

$$ds = \frac{h_{зуб} \cdot dp}{E(p)} \left[1 - 2\mu_0 \frac{dq}{dp} \right] \quad /II/$$

На участке 0-I /Рис.2/ $\xi = \xi_{чпр}$ и мы имеем зависимость /6/, причём $E = E_0 = \text{const}$. Отсюда, полагая $dp = p'$ и $ds = s'$ и воспользовавшись зависимостью /4/, найдём зависимость, полученную ранее /Цытович, 1963/

$$h_{зуб} = \frac{(1 - \mu_0)^2}{1 - 2\mu_0} \omega \nu \quad /I2/$$

В качестве предположения допустим, что $h_{зуб}$ и в дальнейшем не меняет своей величины вплоть до наступления предельного состояния. Однако, ^{величина} если $h_{зуб}$ при этом уменьшалось бы, то осадка фактически была бы менее, чем в предположении неизменности $h_{зуб}$. Анализируя зависимость /II/, находим, что уменьшению $h_{зуб}$ соответствует увеличение приращения осадки. В действительности же, с приближением к предельному состоянию величина боковых деформаций увеличивается, следовательно μ_0 растёт. Поскольку мы ищем нижнюю оценочную границу, то предположение $\mu = \mu_0 = \text{const}$ в формуле /II/ приводит к тому, что мы несколько завысили осадку по сравнению с фактической.

Из зависимости /10/ получаем, что

$$\frac{dq}{dp} = \xi_{чпр} - 2(\xi_{чпр} - \xi_{прс}) \cdot \frac{p''(p - p')}{(p'' - p')^2} \quad /I3/$$

Далее, для вычисления осадки S воспользуемся следующей формулой, полученной с учётом зависимостей /II/ и /I3/

$$S = h_{зуб} \left\{ \int_{p'}^{p''} \left[1 - \frac{2\mu_0^2}{1 - \mu_0} + 4\mu_0 \left(\frac{\mu_0}{1 - \mu_0} - \xi_{чпрс} \right) \frac{p''(p - p')}{(p'' - p')^2} \right] \frac{dp}{E(p)} + \frac{p'}{E_0} \left(1 - \frac{2\mu_0^2}{1 - \mu_0} \right) \right\} /I4/$$

где $h_{зуб}$ определяется по формуле /I2/. Отношение $S / S_{лин}$, где $S_{лин}$ - осадка, вычисленная в предположении линейной зависимости между напряжениями и деформациями, равна

$$\frac{S}{S_{\text{лиц}}} = K = \frac{\int_{p'}^p \left[1 - \frac{2\mu_0^2}{1-\mu_0} + 4\mu_0 \left(\frac{\mu_0}{1-\mu_0} - \xi_{\text{пр}} \right) \frac{p'' \cdot (p-p')}{(p''-p')^2} \right] dp}{p \left(1 - \frac{2\mu_0^2}{1-\mu_0} \right)} \left[\frac{E_0}{p} + \frac{p'}{p} \right]$$

/15/

а вычисленная осадка, следовательно, равна

$$S = K S_{\text{лиц}}$$

/16/

Необходимо дополнительно рассмотреть вопрос о вычислении модуля деформации E как функции давления P . Для того, чтобы получить такие данные, необходимо воспользоваться трёхосным прибором, позволяющим производить опыт как в условиях невозможности бокового расширения, так и в условиях ограниченного бокового расширения по задаваемому закону, например прибора конструкции Е.И. Медкова /Штович, 1963/. Определение $E(p)$ ведётся следующим образом:

1/ Сначала обычным способом определяются величины φ и c грунта основания; 2/ По формуле /2/ вычисляется p' ; 3/ По формуле /5/ рассчитывается p'' ; 4/ По формулам /9/ и /8/ находится q'' и $\xi_{\text{пр}}$.

Рис. 6

Следующие этапы связаны с опытом в стабилометре /схема опыта представлена на Рис.6/. Далее: 5/ Опыт ведётся при $P \leq p'$ в условиях невозможности бокового расширения вместе с измерением бокового давления, откуда представляется возможным вычислить $\xi_{\text{пр}}$ и $\mu_0 = \xi_{\text{пр}} / (1 + \xi_{\text{пр}})$; 6/ Начиная с превышения давления P над p' , то-есть при $P > p'$ в опыте также ступенями повышается давление ΔP , но величина Δq , соответствующая давлению P отыскивается по формуле /13/ или из графика, Рис.6. на каждой ступени образец выдерживается до стабилизации деформаций. По данным опыта вычисляется величина модуля деформации из формулы

$$E(p) = \frac{h_{\text{сдп}}}{ds} \left(1 - 2\mu_0 \frac{dq}{dp} \right) \quad /17/$$

где $h_{\text{сдп}}$ - высота образца, остальные обозначения прежние. Зная величину модуля деформации, легко рассчитать осадку фундамента. Проводя опыт в точности так, как указано выше, возможно вычислить осадку, используя весьма простое соотношение

$$S = S_{\text{сдп}} \frac{h_{\text{фунд}}}{h_{\text{сдп}}} \quad /18/$$

Пример. Рассмотрим квадратный штамп размерами $1 \times 1 \text{ м}^2$, установленный в котловане без пригрузки по краям. Грунт основания - суглинок с углом внутреннего трения $\varphi = 20^\circ$ и удельным сцеплением $c = 0,05 \text{ МПа}$. Величина P^* устанавливается по формуле /5/ и оказывается при $\gamma = 1,7 \text{ т/м}^3$ равной $P^* = 0,755 \text{ МПа}$. Соответствующая величина q'' по /9/ равна $q'' = 0,136 \text{ МПа}$ и $\sum_{прц} = 0,220$. Нагрузка P^* подсчитывается по /3/ и равна $P^* = 0,233 \text{ МПа}$. При установленной в опыте величине $\gamma_{упр} = 0,46$ имеем по /6/ $\mu_c = 0,30$. По формуле /12/ при $\omega = 0,88$ находим $h_{\text{кл}} = 1,08 \text{ м}$ и по /4/ при $E_0 = 10 \text{ МПа}$ имеем $S' = 2,27 \text{ см}$. Для вычисления S воспользуемся результатами испытаний грунта, выполненных по указанной выше методике, представленными на Рис.7,а, при $h_{\text{оср}} = 10 \text{ см}$. На Рис.7,б представлен график осадок для штампа, подсчитанных по формуле /13/. Имеем на нём $S_{\text{лиш}}$ при $P = P^* = 0,755 \text{ МПа}$ $S_{\text{лиш}} = 6,06 \text{ см}$. На Рис.7,в приведён график модуля деформации $E(\rho)$, вычисленного по формуле /17/.

Рис. 7

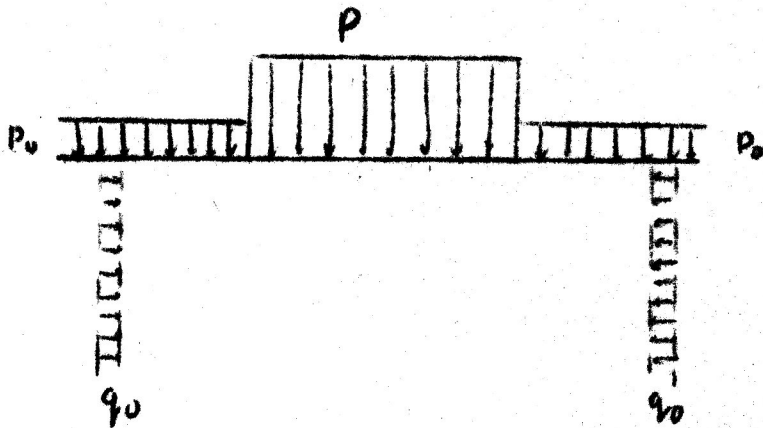


Рис. 1

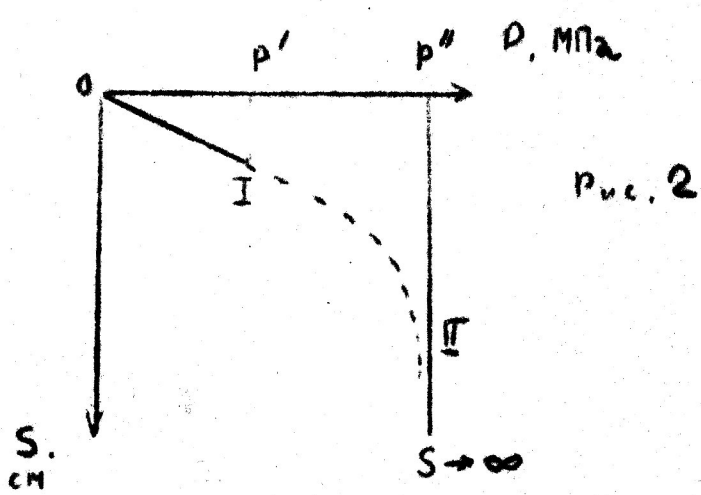


Рис. 2

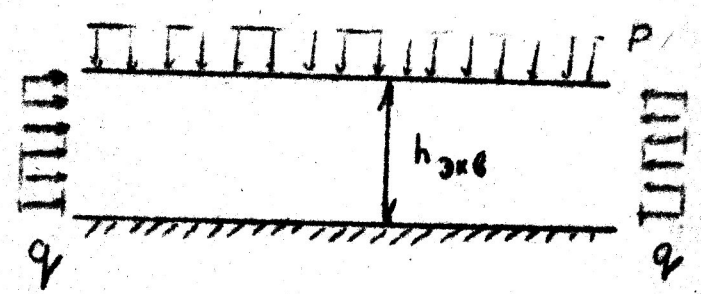


Рис. 3

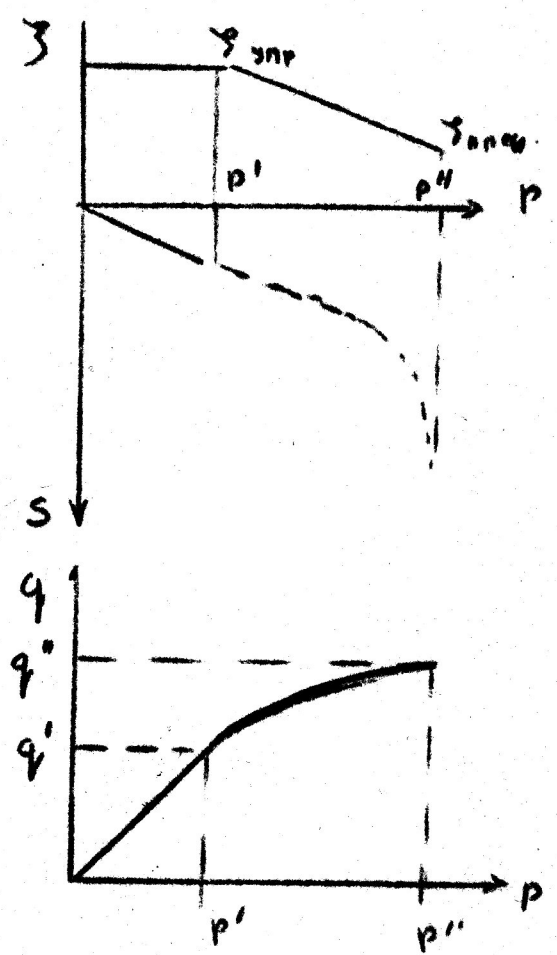


Рис. 4

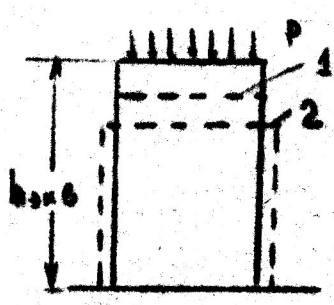


Рис. 5

- 1 - Сжатие при $P \leq P'$ без возможности бокового расширения
- 2 - сжатие при $P' \leq P \leq P''$ с возможностью бокового расширения по определенному закону до достижения предельного состояния

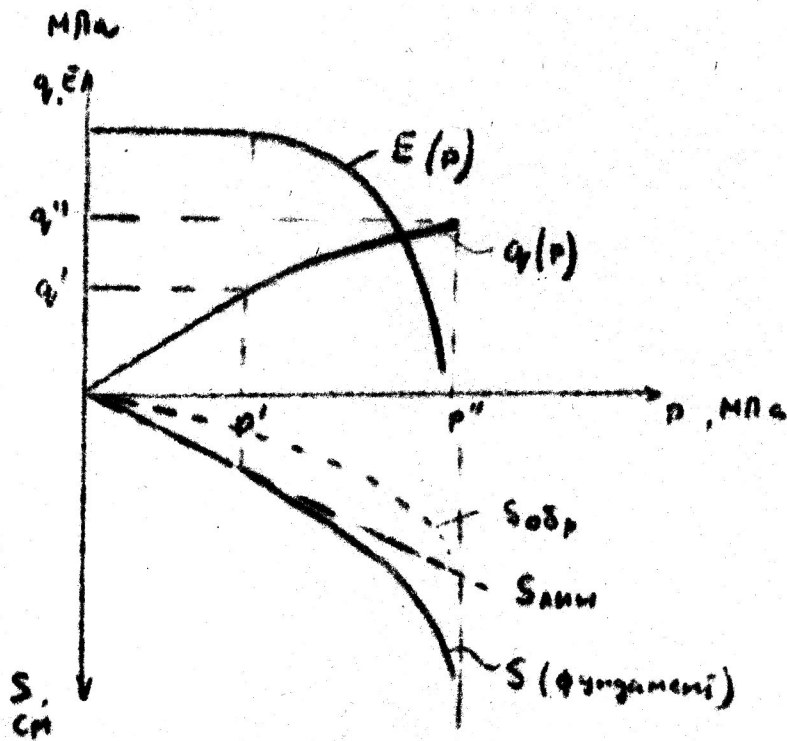
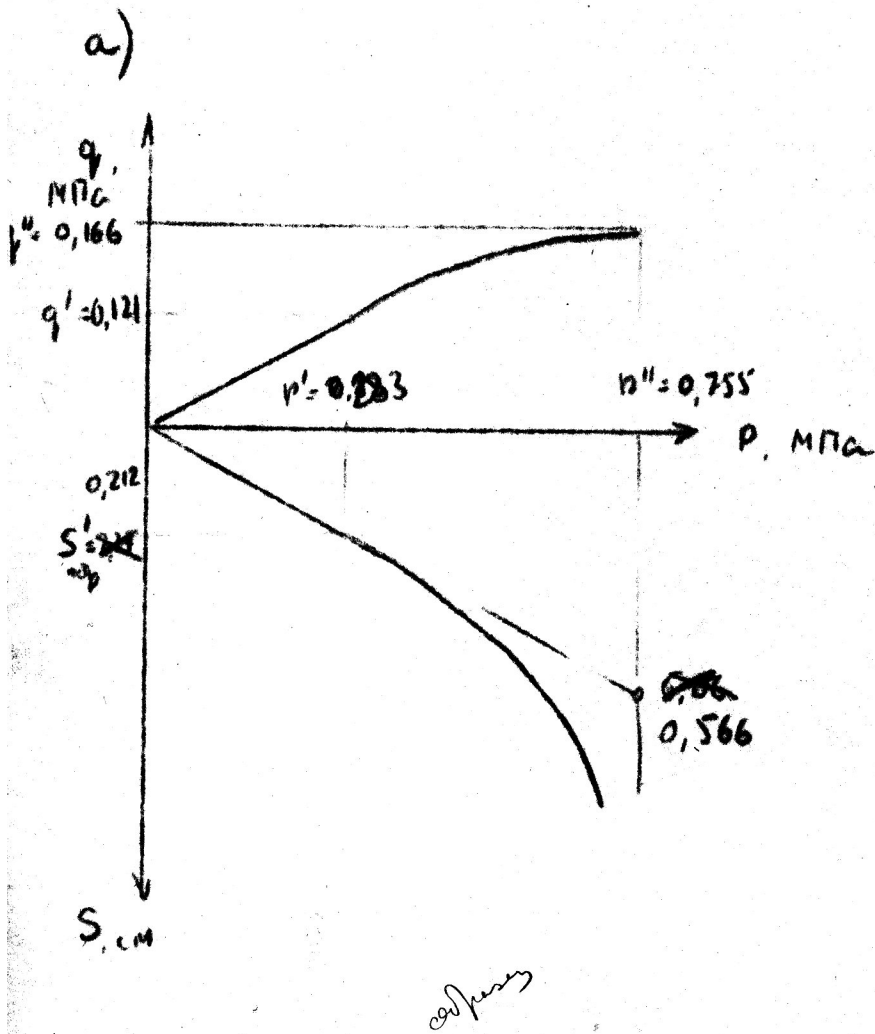


Рис. 6.



сдвиг

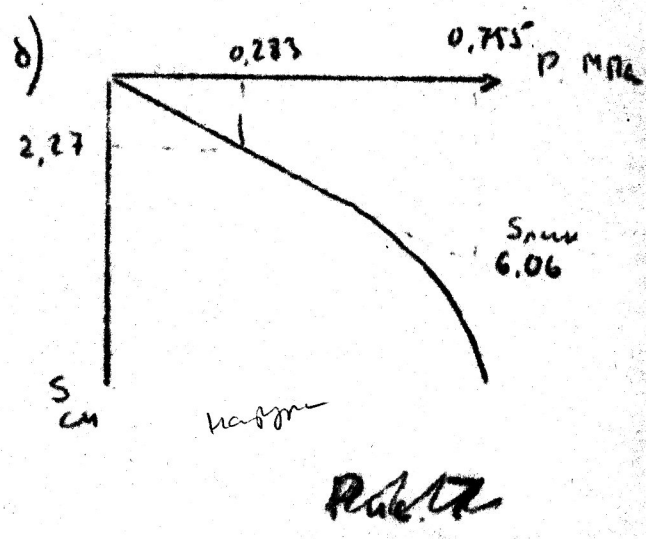


Рис. 7

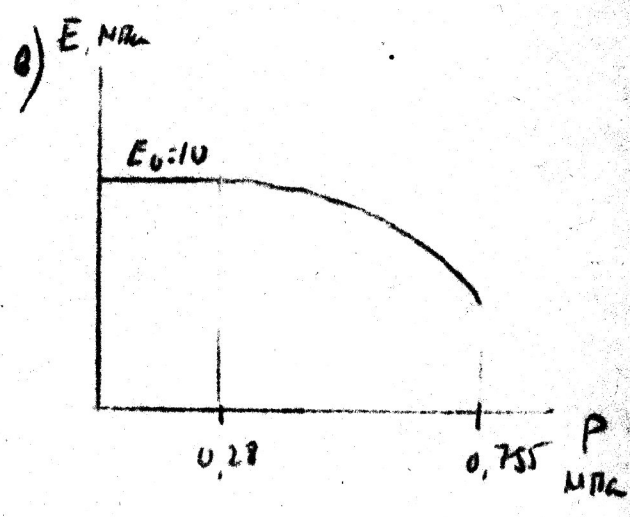


Рис. 7

Л И Т Е Р А Т У Р А

Цытович Н.А., 1968. Механика грунтов. Стройиздат, Москва.

Широков В.Н., 1970, Соломин В.И., Малышев М.В., Зарецкий Ю.К. Напряжённое состояние и перемещения весомого нелинейно-деформируемого грунтового полупространства под жёстким штампом. Журнал "Основания, фундаменты и механика грунтов" № 1.

Федоровский В.Г., 1975, Кагановская С.В. Жёсткий штамп на нелинейно деформируемом связанном основании. Журнал "Основания, фундаменты и механика грунтов" № 1.

Малышев М.В., 1975. Образование и развитие пластической области под краем фундамента при разном коэффициенте бокового давления грунта. Журнал "Основания, фундаменты и механика грунтов" № 1.

Семоловский И.В., 1966. Статика сплошной среды. Гизматгиз, Москва.

Ворезанин В.Г., 1970. Расчёт оснований сооружений. Стройиздат. Ленинград.

Малышев М.В., 1961, Фёдоров И.В. Пластические и упругопластические задачи при расчёте оснований. Сборник "Доклады к V Международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению". Госстройиздат

Малышев М.В., 1968, Градиш Б.д. Условия прочности песчаных грунтов Proceedings of the 3-rd Budapest Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Hungarian Academy of Sciences, Budapest.

ОТЗЫВ О ДОКЛАДЕ проф. М.В.МАЛЫШЕВА "РАСЧЕТ ОСАДОК ФУНДАМЕНТОВ ЗА ПРЕДЕЛОМ ЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ", представляемом на конференцию в Братиславу

Доклад отвечает насущной способности определения осадок за пределом пропорциональной зависимости их от нагрузки, что при расчете по предельным деформациям может повлечь возможные давления на грунт.

Автор предлагает полунинженерный способ расчета, который может быть использован не дожидаясь разрабатываемых в настоящее время более строгих теоретических решений. Используются формулы критической краевой нагрузки, критической нагрузки по устойчивости В.В.Соколовского, метод эквивалентного слоя Н.А.Цытовича, изменение модуля деформации с ростом нагрузки и рассмотрение сжатия столба грунта под нагрузкой. Принятые допущения идут в запас. Со всеми ними можно согласиться.

Следует только сделать следующие оговорки.

ст 2. 1. Как обычно, принимаем распределение давлений от фундамента равномерным.

ст 3. 2. Существованием уплотненного ядра в запас пренебрегаем.

ст 3. 3. Расчет относится фундаментам, имеющим не слишком большую ширину, когда еще не следует учитывать особенности осадок большеразмерных плит, требующих введения схемы сжимаемого слоя.

С этими оговорками весьма рекомендую доклад М.В.Малышева.

Д-р техн.наук, проф.

М.И. Горбунов-Посадов
/М.И.Горбунов-Посадов/

26.10.76

Расчёт осадок фундаментов за пределами линейной зависимости между напряжениями и деформациями

Описывается способ расчёта осадок, базирующийся на нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями. В основу положена идея приведения пространственной и плоской задач нелинейной теории упругости к одномерной задаче благодаря использованию понятия об эквивалентном по осадке слое. В процессе деформирования эквивалентного слоя допускаются его ограниченные боковые деформации, развивающиеся по вполне определённой зависимости, предлагаемой в докладе. После исчерпания несущей способности в эквивалентном слое наступает предельно-напряжённое состояние. Способ предлагается как оценочный, так как он несколько преувеличивает фактические осадки, но не преуменьшает их, что идёт в запас. Приводится пример расчёта. Даются рекомендации по определению деформируемости грунта в трёхосном приборе, необходимой для расчёта по предлагаемому способу.