ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК КИРГИЗСКОЙ ССР
СЕРИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК
Том II, вып. 8 1960

М. В. Малышев

О СТАТЬЕ С. У. УБАКЕЕВА и А. Ж. МАШАНОВА

„Теоретическое и практическое определение коэффициентов поперечной деформации, бокового давления и трения горных пород"

Коэффициент Пуассона грунтов и горных пород является важной характеристикой, определяющей их напряженно-деформированное состояние. В связи с этим всякое исследование по вопросам определения указанной характеристики, являющейся физической характеристикой среды, представляет существенный интерес.

К сожалению, число экспериментальных работ по определению коэффициента Пуассона мало. Не менее важное значение имеет и коэффициент бокового давления ξ, в определенных условиях связанный с коэффициентом Пуассона μ известной формулой [1]

$$\xi=\frac{\mu}{1-\mu}. \tag{1'}$$

Эта зависимость относится к случаю, когда сжатие среды происходит без возможности бокового расширения. В то же время применительно также к случаю невозможности бокового расширения дается связь между коэффициентом Пуассона μ и углом внутреннего трения ρ [2]

$$\mu=\frac{1-\sin\rho}{2}. \tag{2'}$$

Однако зависимость (2^1) может вызывать принципиальные возражения, так как приравниваются напряжения, отвечающие случаям, с одной стороны, упругого и, с другой стороны, предельного равновесия.

Вопросам определения коэффициента бокового давления, поперечной деформации (Пуассона) и трения, а также взаимосвязи между ними посвящена статья С. У. Убакеева и А. Ж. Машанова „Теоретическое и практическое определение коэффициентов поперечной деформации, бокового давления и трения горных пород", опубликованная в „Трудах Отдела горного дела и металлургии Академии наук Киргизской ССР", выпуск I, 1958 г.

Однако ряд положений, высказанных в этой статье, вызывает возражения. На этих положениях мы считаем необходимым остановиться ниже.

1. Авторами, как отмечено на стр. 53, рассматривается случай плоской деформации элемента, имеющего длину l и ширину b (рис. 1 указанной статьи). При этом элемент имеет возможность свободно деформироваться в поперечном направлении, изменяя свою ширину. Относительная продольная деформация $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ и поперечная $\varepsilon_1 = \frac{\Delta b}{b}$. На рисунке 1 ошибочно указано, что сокращение левой половины элемента равно Δb, в то время как оно должно быть равно $\frac{\Delta b}{2}$, так как $\Delta b = b - b_1$. Если направить ось x вертикально вниз, ось y вправо и ось z перпендикулярно плоскости чертежа, то из общих зависимостей теории упругости (3)

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)\right],$$
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)\right], \qquad (3')$$
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)\right].$$

получим при $\varepsilon_z = 0$ и $\sigma_y = 0$

$$\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = -\frac{\Delta b . l}{b \Delta l} = -\frac{\mu}{1-\mu}, \qquad (1a)^1$$

а не μ, как это записывают авторы статьи.

Если тело неизменно в объеме, то $\mu = 0{,}5$, а отношение $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$ равно по абсолютной величине единице. Знак минус указывает, что деформации имеют разный знак, т. е. растяжение в одну сторону и сжатие в другую.

Изменится также соответственно и выражение (2).

2. Авторы статьи устанавливают связь между коэффициентом поперечного сжатия (Пуассона) и наклоном линий скольжения. Как известно (4), линии скольжения отвечают условию предельного равновесия, о чем также говорится и в статье. Они имеют вполне определенный наклон к направлениям главных напряжений, характеризуемый углом внутреннего трения ρ. Составляемые направлением наибольшего главного напряжения и линиями скольжения углы равны $\pm\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}\right)$. Вопрос о деформациях в теории предельного равновесия пока не разработан, хотя имеются отдельные предположения, исходящие из существования потенциала пластичности [5]. Но и эта теория дана не применительно к деформациям, а применительно к скоростям деформаций. Решение конкретной задачи о выпирании грунта из под штампа, основанное на этой теории [6], не согласуется с данными экспериментов [7] в части направленности перемещений ча-

[1] Нумерация формул без штриха относится к статье С. У. Убакеева и А. Ж. Машанова. В настоящей статье принята нумерация со штрихами. Обозначения также соответствуют принятым в указанной статье.

стиц основания. С. У. Убакеевым и А. Ж. Машановым выводится формула (4), связывающая коэффициент Пуассона μ и угол γ или α (рис. 1)

Согласно современной теории предельного равновесия угол α равен $\alpha=\frac{\pi}{4}-\frac{\rho}{2}$ и $\gamma=\frac{\pi}{4}+\frac{\rho}{2}$. В то же время по формуле (4) и, сообразуясь с вышесказанным, получаем:

$$\mu=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8}+\frac{\rho}{4}\right).$$

Эта формула не является правильной. Раз авторы считают тело несжимаемым, то отсюда вытекает только $\mu=0{,}5$. Согласно теории пластического потенциала [5], если пренебречь упругими деформациями $\mu=\frac{1+\operatorname{Sin}\rho}{2}$ или если принять обозначения авторов статьи, то должно быть вместо (3) и (4), $\mu=\operatorname{Sin}^2\gamma-\operatorname{Cos}^2\alpha$. Эта зависимость получена авторами далее (8). Но она отнюдь не отвечает условию несжимаемости материала. Связывать Δl и Δb с γ нельзя, так как это деформации, могущие изменяться, а не характеристика среды, т. е. параметр.

3. Авторы статьи оговариваются, что вместо коэффициента Пуассона удобнее применять понятие коэффициента поперечной деформации. Вопрос о применимости решений механики сплошной среды и в частности о коэффициенте Пуассона грунтов рассмотрен Н. М. Герсевановым [8], который показал возможность применения аналогичной характеристики для грунтов по существу. Конечно, такой коэффициент может быть введен при условии известных ограничений и в частности тогда, когда рассматривается процесс монотонного нагружения и среда остается изотропной. Если трещиноватость среды, проявляющаяся в процессе ее деформирования, имеет выраженную направленность, то среда начинает терять свою изотропность и зависимости (3′) перестанут быть справедливыми. Деформационные свойства среды будут характеризоваться в этом случае уже более чем двумя величинами.

4. Авторы утверждают о зависимости коэффициента Пуассона от напряженного состояния пород. Это обстоятельство, принципиально верное, могло бы быть прояснено лишь экспериментальным путем, а не с помощью каких-либо теоретических построений. Необходимо заметить, что учет непостоянства коэффициента Пуассона исключительно осложняет решение практически важных задач о распределении напряжений в массиве горной породы.

5. Формула (5) никак не пояснена. В то же время μ есть вполне определенная физическая характеристика среды, которая подлежит непосредственному определению экспериментальным путем.

6. Проводя световую аналогию механического процесса деформации тела авторы предполагают, что угол между вектором А и осью X равен α (рис. 2), а направленность другой линии скольжения может быть какой угодно. Поскольку направление вектора А совпадает с главным направлением, то в случае изотропности среды углы YOA и AOX взаимосвязаны между собой, а в случае анизотропии они тоже связаны, но уже иной зависимостью, учитывающей коэффициент анизотропности.

7. Площадь косого сечения $F_1=\frac{F}{Cos\varphi}$, а не $F_1=FCos\varphi$, как указано на стр. 56. Формула (13) должна выглядеть так:

$$S=\frac{P}{F}=\frac{P}{F_1Cos\varphi}=\sigma_x, \qquad (13)$$

на основании чего в формуле (15) сделанное приравнивание $Cos^2\varphi=\mu$, совершенно неясно. При $\varphi=\frac{\pi}{2}$ не $S=0$, как указано в статье, а σ_n в формуле (15) равно нулю. При $\varphi=0$ имеем $\sigma_n=\sigma_x$.

8. Пластическая деформация осуществляется тогда, когда напряженное состояние отвечает условию пластичности материала. Из формул для μ (3), (5), (8) и (15), приведенных в статье, следует признать правильными, отвечающими гипотезе пластического потенциала, лишь формулы (8) и аналогичную ей (15). При этом не налагается условие несжимаемости, которое дает $\mu=0,5$, а имеет место объемная расширяемость.

Если же принять случай структурной анизотропии среды, что, видимо, имеют в виду авторы на стр. 57, точнее ортотропии, так как главные оси напряжений и деформаций у них совпадают, то обобщая уравнения (3′), можно записать:

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E_x}\left[\sigma_x-\mu_x(\sigma_y+\sigma_z)\right];$$

$$\varepsilon_y=\frac{1}{E_y}\left[\sigma_y-\mu_y(\sigma_x+\sigma_z)\right];$$

$$\varepsilon_z=\frac{1}{E_z}\left[\sigma_z-\mu_z(\sigma_x+\sigma_y)\right].$$

В случае плоской деформации $\varepsilon_z=0$, принимая также $\sigma_y=0$, получим

$$\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}=-\frac{E_x}{E_y}\,\frac{\mu_y(1+\mu_z)}{1-\mu_x\mu_z}.$$

Таким образом, представленная зависимость отличается от предлагаемой авторами работы, и, следовательно, вряд ли можно считать выведенные ими формулы отражающими реальные свойства анизотропности среды.

9. Указание о том, что верхний предел μ есть единица (стр. 57), нельзя признать вытекающим из предшествующих выкладок. Единица является верхним пределом величины $\frac{\mu}{1-\mu}$. Об этом ясно говорят приводимые авторами фактические данные, где всегда $\mu<0,5$. Аналогичная коэффициенту μ величина, отвечающая предельному состоянию, может быть действительно больше 0,5 лишь в случае объемно расширяющейся среды.

10. В силу указанных выше обстоятельств нельзя признать правильной и формулу (16), построенный по ней график рисунка 6 и вытекающие из нее следствия (стр. 61—63).

11. В п. 7 рассматривается вопрос о трении между телами. Ука-

зание, что сила трения зависит от величины площади трущихся поверхностей вовсе не вытекает из закона трения Кулона-Амонтона (20). Сила трения зависит от нормальной силы и коэффициента трения. Поэтому никак нельзя считать убедительными построения, приведенные на стр. 66, и вывод об «идентичности коэффициентов поперечной деформации и трения» .И совпадаемость их уже вовсе не следует из составленной на основе экспериментальных данных таблицы 5.

Разве можно считать совпадающими величины 0,20 и 0,38 (бронза); 0,15 и 0,26—0,29 (сталь); 0,49—0,66 и 0,25 (гранит); 0,58—0,75 и 0,20—0,40 (известняки) и т. д.?

В связи с изложенным выше мы считаем, что статья С. У. Убакеева и А. Ж. Машанова во многом неправильно ориентирует читателей, интересующихся вопросом о коэффициенте поперечной дефформации горных пород.

ЛИТЕРАТУРА

Цытович Н. А. Механика грунтов. Госстройиздат, 1951.

Терцаги К. Строительная механика грунта. Госстройиздат, 1933.

Тимошенко С. П. Теория упругости. ОНТИ, 1937.

Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. Изд. 2-ое, 1954.

Prager W., Drucker D. C. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Quarterly of appl. Mathematics, 1952, X, № 2.

Shield R. T. Mixed boundary value problems in soil mechanics. Quarterly of appl. Mathematics, 1953, XI, № 1.

Малышев М. В. Теоретические и экспериментальные исследования несущей способности песчаного основания. Изд. ВОДГЕО, 1953.

Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов и их практические применения. Стройиздат, 1948.