С С С Р МИНИСТЕРСТВО СТРОИТЕЛЬСТВА ПРЕДПРИЯТИЙ ТЯЖЕЛОЙ ИНДУСТРИИ

ТЕХНИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ

всесоюзный научно-исследовательский институт водоснабжения, канализации, гидротехнических сооружений и инженерной гидрогеологии "В О Д Г Е О"

> Лаборатория оснований и фундаментов ИНФОРМАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ-- № 2

М. В. МАЛЫШЕВ кандидат технических наук

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ Исследования несущей способности песчаного основания

Редактор доктор техн. наук, проф. М. М. Гришин В случае, если передача давления на грунт осуществляется фундаментом достаточной жесткости, в основании под его краями уже даже при малых величинах нагрузок возникают области, находящиеся в предельно напряженном состоянии. При песчаном основании и фундаменте, расположенном непосредственно на поверхности, под краями его начинают возникать области пластических деформаций даже при весьма малой нагрузке.

С увеличением нагрузки на фундамент эти области продолжают развиваться за счет включения новых участков, не находившихся ранее в предельно напряженном состоянии. При дальнейшем ее возрастании наступает. наконец, такое состояние, когда зоны пластических деформаций достигают своего возможного максимума, смыкаясь между собой. Если на фундамент действует симметричная относительно его оси вертикальная нагрузка, смыкание областей пластических деформаций происходит, как правило, на оси симметрии фундамента. Нагрузка при таком предельном состоянии основания, является критической, поскольку даже небольшое ее увеличение вызовет потерю устойчивости и аварию сооружения. Здесь силы сопротивления в основании оказываются полностью исчерпанными, а внешняя нагрузка равна несущей способности основания.

Анализируя экспериментальную кривую осадок штампа в зависимости от нагрузок, можно притти к выводу о существовании четырех качественно отличных друг от друга фаз состояния грунта под штампом в зависимости от величины приложенной к нему нагрузки:

- 1. Фазы действительно упругого состояния грунта.
- 2. Фазы уплотнения грунта.
- 3. Фазы образования сдвигов.
- 4. Фазы выпирания.

В отношении первой фазы следует отметить, что она проявляется отнюдь не всегда, причем нагрузки, соответствующие ей, обычно, по сравнению с предельными, невелики.

Наличие остальных трех фаз было отмечено еще в свое время проф. Н. М. Герсевановым [1]. Вторая фаза характеризуется небольшими осадками, вызываемыми уплотнением грунта. Деформации в этом случае уже являются необратимыми. Третья фаза характеризуется значительно большими осадками, нежели вторая; здесь проявляются значительные взаимные сдвиги частиц грунта. Четвертая фаза-фаза потери устойчивости. Согласно приведенному разделению, под несущей способностью основания понимается предельная нагрузка, соответствующая переходу деформаций от третьей к четвертой фазе-фазе разрушения. Таким образом, осадка фундамента является следствием как, с одной стороны, уплотнения грунта (в этом случае для расчета оснований обычно используется модель линейно-деформируемой среды, т. е. теории упругости), так, с другой стороны, развития пластических деформаций (зон предельно напряженного состояния). С этой точки зрения и следует рассматривать часто приводящиеся в литературе [2] опытные кривые зависимости осадок штамнов от их площади (при одинаковом давлении, оказываемом на них).

Модель линейно-деформируемой среды (пространственная задача) дает линейную зависимость между стороной штампа (диаметром) и осадкой. Однако при рассмотрении задачи в рамках теории упругости предполагается постоянство модуля деформации грунта с глубиной. На самом же деле модуль деформации грунта изменяется с глубиной, возрастая с увеличением плотности грунта [3].

Таким образом, при увеличении размеров штампа в работу включаются все более глубокие слои грунта (речь идет об однородном основании), обладающие меньшей сжимаемостью, нежели верхние слои.

В связи с этим зависимость той части полной осадки, которая вызывается лишь уплотнением грунта, от ширины штампа может быть представлена кривыми, изображенными на рис. 1.

Наличие пластических деформаций в грунте, развивающихся под краями штампа, вызывает дополнительную осадку его. При увеличении размеров штампа влияние этой части осадки на общую величину ее падает и при безграничном увеличении площади штампа стремится к



нулю (рис. 2). Уменьшая же площадь штампа, мы можем подойти к такому ее значению F_0 , когда штамп будет находиться впредельно устойчивом состоянии и малейшее допол-

нительное

дки". Эта

кривой.

юшей

шение площади его

вызвало бы его об-

рушение, т. е. рез-

кое увеличение "оса-

мость изображается

Совмещая кривые. изображенные

рис. 1 и рис. 2, полу-

чим график зависи-

мости осадки штам-

па от его площади.

умень-

зависи-

на

напомина-

гиперболу.



Рис. 2. Влияние наличия пластических деформаций под штампом на его осадку

учитывающий совместное влияние на осадку как фактора уплотнения в грунте, так и фактора образования пластических зон под краями штампа (рис. 3). Если имеет место схема в рис. 1, то, начиная с некоторого предела, осадка оказывается независящей от размеров штампа.

Только наличие решения смешанной упруго - пластической задачи с учетом ряда сопутствующих факторов выявить позволит действительное напряженное состояние, возникающее в грунтовом массиве при воздействии на него нагрузки, а также установить ход развития пластических зон под краями штампа и величину осадки в зави-



Рис. З. Кривая зависимости осадки штампа от его площади (стороны квадрата) для случая $p = p_0 = \text{const}$

симости от прилагаемой нагрузки с учетом образования последних. Решение такой задачи сопряжено со значительными трудностями не только в отношении получения самого решения, но и в отношении постановки. Пока лишь

можно указать на имеющиеся решения простейших упругопластических задач, полученные членом-корр. АН СССР В. В. Соколовским [4] и К. Н. Шевченко [5].

Определение величины несущей способности оснований, до получения строгого решения указанной упруго-пластической задачи, можно производить, ориентируясь на некоторые приближенные схемы, степень соответствия которых действительности должна быть подтверждена экспериментальным путем. К сожалению, ряд применяющихся до сего времени расчетных приемов, позволяющих определять несущую способность оснований, дает значительное расхождение с данными экспериментов как в отношении самой величины несущей способности, так и в отношении очертания зоны выпирания.

Ниже излагается разработанный автором способ, позволяющий определить несущую способность песчаного основания при загрузке последнего с помощью жесткого штампа, к которому приложены вертикальные симметричные относительно его оси усилия. Этот способ учитывает наличие в основании в момент предельной устойчивости как зон пластических, так и зон, где отсутствует предельно напряженное состояние ("упругих"), что практически исключает разницу между данными теоретических подсчетов и экспериментов.

2. УСЛОВИЕ ПРЕДЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Согласно наблюдений за разрушением материалов было установлено, что сами по себе касательные или нормальные напряжения (как это предполагалось во многих теориях прочности раннего периода) не могут характеризовать нарушения прочности, а в предельном состоянии наибольшее касательное напряжение является некоторой функцией нормального давления, действующего на ту же площадку, т. е.:

$$\tau_{\mathrm{N}} = f\left(\sigma_{\mathrm{N}}\right) \,. \tag{2.1}$$

На диаграмме напряженного состояния эта кривая будет являться огибающей всех главных кругов (рис. 4) и носит название предельной кривой. Практически можно полагать, что:

$$|\tau_{\rm N}| = \sigma_{\rm N} \operatorname{tg} p + k$$
 (2.2)

Зависимость (2.2) достаточно удовлетворительно выражает условие прочности грунтов и поэтому она легла в основу развития современной статики сыпучей среды [6]. Величина ρ именуется углом внутреннего трения, а k сцеплением.

Зависимостью (2.2) характеризуется напряженное состояче областей, находящихся в предельном равновесии.



Рис. 4. Круг напряжений

Поскольку целью настоящей работы являлось определение несущей способности песчаных оснований, где сцепление близко к нулю или отсутствует вовсе, зависимость (2.2) может быть упрощена:

$$|\tau_{\mathbf{N}}| = \sigma_{\mathbf{N}} \operatorname{tg} \rho . \tag{2.3}$$

В качестве двух первых исходных уравнений как при решении общей задачи теории упругости, так и при решении задачи предельно напряженного состояния, принимаются уравнения равновесия. Эти уравнения легко получить из условия равенства нулю главного вектора и главного момента всех сил, действующих на выделенный из деформируемого тела элемент. Известно, что решение диференциальных уравнений равновесия сводится к отысканию функции напряжений φ [7]. В прямоугольной системе координат и при наличии силы тяжести для плоской задачи компоненты напряженного состояния могут быть выражены следующим образом (при оси у, совпадающей с вертикалью и положительно направленной вниз):

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \xi_0 \gamma y , \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \gamma y , \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} , \quad (2.4)$$

где $\varphi = \varphi(x, y);$

[₺]₀ – коэфициент бокового давления;

у- объемный вес грунта.

В полярных координатах, при отсутствии объемных сил, имеем:

$$\sigma_{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial \theta^{2}}; \quad \sigma_{\theta} = \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial r^{2}};$$
$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right). \quad (2.5)$$

Однако не всякая функция напряжений φ будет удовлетворять условиям задачи: она должна удовлетворять или уравнению неразрывности деформаций, если отыскивается упругое решение, или уравнению предельного равновесия, если отыскивается решение пластическое, а также соответствующим граничным условиям.

Уравнение предельного равновесия для идеально сыпучей среды имеет вид [6]:

$$\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{\sigma_1 + \sigma_2} = \sin \rho , \qquad (2.6)$$

где σ_1 и σ_2 -главные напряжения (рис. 4).

Из теории предельного равновесия сыпучей среды [6] известно, что, если во всех точках некоторой области выполняется условие (2.2), то площадки с внешней нормалью N будут являться площадками скольжения. Через каждую точку предельно напряженной среды можно провести две площадки, для которых будет выполняться условие (2.2), причем угол между ними будет составлять π

 $\overline{2}-\rho$.

Таким образом, липиями скольжения называются липии, вдоль которых выполняется условие (2.2). Из вышесказанного ясно, что для рассматриваемой среды имеют место два семейства липий скольжения.

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ЗОНА І

На основании экспериментальных исследований удалось установить, что по характеру напряженного состояния часть основания, непосредственно прилегающую к фундаменту, можно разделить на три зоны, как показано на рис. 5:



Рис. 5. Зоны напряженного состояния

1--зону максимально напряженного состояния,

II-переходную зопу-"клип",

Ш-, упругое" ядро.

Зоны I и II находятся в момент равенства впешней нагрузки на штамп несущей способности основания в предельно напряженном состоянии.

В зоне І имеет место простейшее напряженное состояние, характеризуемое тем, что вертикальная и горизон-



что вертикальная и горизонтальная координатные оси являются в то же время главными осями ($\tau_{xy} = 0$). Если принять за положительные направления осей координат, показанные на рис. 6, и положить в (2.4) $\varphi(x, y) = 0$, то получим выражение компонентов напряжений для рас-

сматриваемого простейшего напряженного состояния при учете собственного веса групта:

$$\sigma_x = \xi_0 \gamma y; \quad \sigma_y = \gamma y; \quad \tau_{xy} = 0. \tag{3.1}$$

Так как $\sigma_y = \sigma_1$ и $\sigma_x = \sigma_2$, то, пользуясь формулами (2.6) и (3.1), будем иметь:

$$\frac{|1-\xi_0|}{1+\xi_0} = \sin\rho$$

или

$$\pm \frac{1 - \xi_0}{1 + \xi_0} = \sin \rho .$$
 (3.2)

Отсюда:

$$\xi_0 = \frac{\pm 1 - \sin\rho}{\pm 1 + \sin\rho} . \tag{3.3}$$

Здесь верхний знак соответствует так называемому минимальному напряженному состоянию $\left(\xi_0 = \frac{1 - \sin\rho}{1 + \sin\rho}\right)$, нижний-максимальному $\left(\xi_0 = \frac{1 + \sin\rho}{1 - \sin\rho}\right)$.

В первом случае $\sigma_x < \sigma_y$, во втором $\sigma_x > \sigma_y$. Нетрудно показать [6], что площадки скольжения составляют в каждой точке предельно напряженной сыпучей среды углы с направлением соответствующего наибольшего главного напряжения:

$$\omega = \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}\right) \,. \tag{3.4}$$

Поскольку в зоне I предполагается наличие максимального напряженного состояния, случай минимального напряженного состояния из дальнейшего рассмотрения исключается. Итак, в зоне максимальных напряжений, когда отсутствует пригрузка на поверхности, линии скольжения представляют два семейства прямых, составляющих углы ω с осью x (рис. 6).

Уравнение линий скольжения легко получить, поскольку:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \circ \cdot .$$

Отсюда:

$$y = x \operatorname{tg} \omega + b$$

или

$$y = \pm x \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}\right) + b , \qquad (3.5)$$

где *b*-произвольная постоянная.

Для определения напряженного состоян я в переходной зоне предварительно следует рассмотреть задачу об идеально сыпучем предельно напряженном невесомом клине, при изменении нагрузки вдоль радиусов—векторов, исходящих из его вершины, по линейному закону. В работе автора [8] был рассмотрен более общий случай этой задачи—при изменении нагрузки вдоль радиусов векторов по степенному закону.

Уравнение предельного равновесия в полярных координатах имеет вид:

$$\frac{\sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau^2_{r\theta}}}{\sigma_r + \sigma_\theta} = \sin \varphi . \qquad (4.1)$$

Подставляя сюда значения компонентов напряжений, выраженные через функцию напряже: ий по (2.5), получим одно диференциальное уравнение предельного равновесия относительно искомой функции напряжений $\varphi(r, \theta)$:

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r}+\frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2} \varphi}{\partial \theta^{2}}-\frac{\partial^{2} \varphi}{\partial r^{2}}\right)^{2}+4\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta}\right)\right]^{2}}{\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r}+\frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2} \varphi}{\partial \theta^{2}}+\frac{\partial^{2} \varphi}{\partial r^{2}}}=\sin\varphi(4.2)$$

Для того чтобы в выражение компонентов напряжений (2.5) радиус входил в первой степени, следует положить $\varphi = r^3 f(\theta)$, причем $f(\theta) = Ce^{m\theta}$, то есть:

$$\varphi = Cr^3 e^{m\theta} . \tag{4.3}$$

Из (4.3) и (4.2) получим, по сокращенин, биквадратное уравнение относительно m, одним из корней которого будет:

$$m = +\sqrt{8 \, \mathrm{tg}^2 \, \mathrm{o} - 1} \,.$$
 (4.4)

Далее следует подставить (4.4) в (4.3) и результат в (2.5), откуда:

$$\sigma_r = 2 Cr(1 + 4 tg^2 \rho) e^{\theta \sqrt{8 tg^2 \rho} - 1};$$

$$\sigma_{\theta} = 6 Cr e^{\theta \sqrt{8 \operatorname{tg}^{2} \rho - 1}}; \qquad (4.5)$$
$$\tau_{r\theta} = -2 Cr \sqrt{8 \operatorname{tg}^{2} \rho - 1} e^{\theta \sqrt{8 \operatorname{tg}^{2} \rho - 1}}.$$

Пользуясь этим решением, можно получить уравнение линий скольжения, вдоль которых удовлетворяется условие (2.3).

Для вывода уравнения линий скольжения воспользуемся известными из теории упругости [7] формулами напряжений по косым площадкам:

$$2\tau_{\rm NT} = (\sigma_x - \sigma_y)\sin(-2\alpha) + 2\tau_{xy}\cos(-2\alpha),$$

$$2\sigma_{N} = \sigma_{x} + \sigma_{y} - (\sigma_{x} - \sigma_{y})\cos(-2\alpha) + 2\tau_{xy}\sin(-2\alpha), \qquad (4.6)$$

где а-угол между рассматриваемой площадкой с внешней нормалью N и положительным направлением оси x,

а также формулами преобразования из системы прямоугольных координат (x, y) в систему полярных координат (r, θ) :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta - \tau_{r\theta} \sin 2\theta ; \\ \sigma_y &= \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta + \tau_{r\theta} \sin 2\theta ; \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{2} (\sigma_r - \sigma_\theta) \sin 2\theta + \tau_{r\theta} \cos 2\theta . \end{aligned}$$
(4.7)

Подставляя (4.7) в (4.6) и результат в (2.3), имеем:

$$\frac{(\sigma_r - \sigma_{\theta})\sin 2(\theta - \alpha) + 2\tau_{r\theta}\cos 2(\theta - \alpha)}{\sigma_r + \sigma_{\theta} - (\sigma_r - \sigma_{\theta})\cos 2(\theta - \alpha) + 2\tau_{r\theta}\sin 2(\theta - \alpha)} = \pm \operatorname{tg} \rho \,. \quad (4.8)$$

После подстановки (4.5) в (4.8) и обозначив:

$$4\left(2\operatorname{tg}^{2}\rho-1 \mp \operatorname{tg}\rho \sqrt{8\operatorname{tg}^{2}\rho-1}\right) = A,$$

$$4\left(\mp 2\operatorname{tg}^{2}\rho \pm \operatorname{tg}\rho - \sqrt{8\operatorname{tg}^{2}\rho-1}\right) = B, \qquad (4.9)$$

$$\mp 8\left(\operatorname{tg}^{2}\rho+1\right)\operatorname{tg}\rho = D,$$

получим, решая уравнение относительно sin 2(6-а):

$$\sin 2(\theta - \alpha) = \frac{-AD \pm B\sqrt{B^2 + A^2 - D^2}}{A^2 + B^2} .$$
 (4.10)

Заметим, что при подстановке в (4.10) A, B и D по (4.9), оказывается, что $B^2 + A^2 - D^2 \equiv 0$, следовательно:

$$\sin 2\left(\theta - \alpha\right) = -\frac{A}{D} \tag{4.11}$$

или

$$\operatorname{tg} 2\left(\theta - \alpha\right) = -\frac{A}{B} \quad . \tag{4.12}$$

Отсюда:

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{A}{B} + \theta + \varkappa \frac{\pi}{2}$$
(4.13)

или

$$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin \frac{A}{D} + \theta + \varkappa \frac{\pi}{2} = \alpha_0 + \theta . \qquad (4.14)$$

После преобразований из (4.9), (4.11) и (4.14) имеем окончательно, выбирая для одного семейства линий скольжения верхние знаки и x = 0, а для другого нижние и x = 1:

$$\alpha_{02} = -\frac{1}{2} \arcsin \frac{2 t g^2 \rho - 1 - t g \rho \sqrt{8} t g^2 \rho - 1}{2 t g \rho (1 + t g^2 \rho)}, \quad (4.15)$$

$$\alpha_{01} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2 \operatorname{tg}^2 \rho - 1 + \operatorname{tg} \rho \sqrt{8 \operatorname{tg}^2 \rho - 1}}{2 \operatorname{tg} \rho (1 + \operatorname{tg}^2 \rho)} + \frac{\pi}{2} . \quad (4.16)$$

Из геометрической схемы (рис. 7) ясно, что угол, составленный радиусом—вектором и площадкой скольжения

$$\alpha_0 = \alpha - \theta = \text{const}, \qquad (4.17)$$

откуда можно записать уравнение линий скольжения:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{r \, d\theta}{dr} \quad (4.18)$$

$$r = C_0 e^{\theta \operatorname{ctg} \alpha_{01,2}} , \qquad (4.19)$$

где $\alpha_{01,2}$ определяется по формулам (4.15) и (4.16).

Линии скольжения в рассматриваемом случае представляют собой два семей-

ства логарифмических спиралей.

Интересно отметить, что известное решение Прандтля, исиользованное В.И. Новоторцевым [14], соответствует функции напряжений $\varphi = \overline{C}r^2 e^{m\theta}$ при $\overline{m} = 2 \operatorname{tg} \rho$ и соответственно $\alpha_{01} = \rho + \frac{\pi}{2}$, $\overline{\alpha}_{02} = 0$.

Правило отсчета углов α_{01} и α_{02} дается на рис. 7; рис. 8 иллюстрирует изменение углов α_{01} и α_{02} в зависимости от тангенса угла внутреннего трения среды. Как уже указылинии настрания настрания настрания настрания

Рис. 7. Невесомый предельно-напряженный клин

валось, приведенное решение действительно в предположении невесомости II зоны—клина. Определим в этом случае положение границы I и II зон из условия плавности линий скольжения при переходе из I во II зону.

Для этого примем за ось $\theta = 0$ одну из линий скольжения зоны I, как это показано на рис. 9. Угол, составляемый площадкой скольжения с осью $\theta = 0$, равен:

$$\alpha_{\theta 2} = \alpha_{02} + \theta . \tag{4.20}$$

Но для искомой границы должно удовлетворяться условие α_{02} ==0, следовательно, из (4.20)

$$\theta = -\alpha_{02} . \qquad (4.21)$$

Таким образом, (4.21) есть уравнение границы I и II зон. Необходимо отметить, что эта граница не является линией



скольжения, а является лишь геометрическим местом точек касания линий скольжения I и II зон.



Рис. 10. К решению задачи о весомом клине

Будем предполагать, что в зоне II напряжения от собственного веса грунта распределяются по гидростатическому закону, т. е. $\xi_0 = 1$ (3.1), и

$$\sigma'_{y} = \sigma_{x}' = \gamma y$$
 (рис. 10). (4.22)

Ho

$$y = r\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \theta\right). \tag{4.23}$$

Добавим и вычтем по Δ:

$$y = r \cos\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta - (\theta - \Delta)\right]. \qquad (4.24)$$

Компоненты напряжений от внешней нагрузки по (2.5) при $\varphi = r^3 f_1(\theta)$ будут:

$$\sigma_r = r(3f_1 + f_1''); \quad \sigma_{\theta} = r \cdot 6f.$$

 $\tau_{r\theta} = -r \cdot 2f_1'.$ (4.25)

Так как мы предположили, что напряжения в зоне II от собственного веса распределяются по гидростатическому закону, то (из 4.22):

$$\sigma_r' = \sigma_\theta' = \gamma y = \gamma r \cos\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta - (\theta - \Delta)\right] = \psi r'. \quad (4.26)$$

Суммарные напряжения будут:

$$\sigma_{r} = r (3f_{1} + f_{1}'' + \psi) ; \quad \sigma_{\theta} = r (6f_{1} + \psi) .$$

$$\tau_{r\theta} = -r \cdot 2f_{1}' . \quad (4.27)$$

Полагаем, что функция f_1 имеет следующий вид:

$$f_1 = C_1 e^{m_1(\theta - \Delta)} . (4.28)$$

Здесь за ось примем радиус $\theta = \Delta$. Тогда, диференцируя по ($\theta - \Delta$), получим:

$$f_1' = C_1 m_1 e^{m_1(\theta - \Delta)} ;$$

$$f_1'' = C_1 m_1^2 e^{m_1(\theta - \Delta)} . \qquad (4.29)$$

Подставляем далее (4.27) с учетом (4.28) и (4.29) в уравнение предельного равновесия (4.2):

$$\sqrt{m_{1}^{4} + 10m_{1}^{2} + 9} C_{1} e^{m_{1}(\theta - \Delta)} = \sin \rho \left\{ (9 + m_{1}^{2}) C e^{m_{1}(\theta - \Delta)} + 2\gamma \cos \left[\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta - (\theta - \Delta) \right] \right\} :$$
(4.30)

Обозначим:

$$2\gamma \cos\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta - (\theta - \Delta)\right] = f_2(\theta) . \qquad (4.31)$$

Разложим в степенной ряд (4.28) и (4.31) по степеням $(\theta - \Delta)$:

$$\frac{1}{C_1}f_1(\theta) = 1 + m_1(\theta - \Delta) + \frac{(\theta - \Delta)^2 m_1^2}{2} + \dots$$
(4.32)

$$\frac{1}{2\gamma}f_2(\theta) = \cos\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta\right] + (\theta - \Delta)\sin\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta\right] - \frac{1}{2}$$

$$-\frac{(\theta-\Delta)^2}{2}\cos\left[\frac{\pi}{4}+\frac{\rho}{2}-\Delta\right]+\dots$$
(4.33)

Для малых значений ($\theta - \Delta$):

$$f_2(\theta) \approx C_2 f_1(\theta) = C_2 C_1 e^{m_1(\theta - \Delta)} .$$
(4.34)

Тогда (4.30) можно записать следующим образом:

$$\sqrt{m_1^4 + 10m_1^2 + 9} = \sin \rho \left(9 + m_1^2 + C_2\right) , \qquad (4.35)$$

причем, приравнивая первые члены разложений (4.32) и (4.33) и учитывая (4.34), получим:

$$2\gamma\cos\left[\frac{\pi}{4}+\frac{\rho}{2}-\Delta\right]=C_2C_1,$$

откуда

$$C_2 = \frac{2\gamma}{C_1} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta\right) \,. \tag{4.36}$$

Из (4.35) и (4.36) выразим С₁:

$$C_{1} = \frac{2\gamma \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta\right)}{\left\{\frac{\sqrt{m_{1}^{4} + 10m_{1}^{2} + 9}}{\sin \rho} - 9 - m_{1}^{2}\right\}}$$
(4.37)

Далее определим угол $\theta_{\sigma_{\theta_2}}$, т. е. угол, под которым будет проходить граница I и II зон (рис. 9). Из условия на границе $\tau_{xy} = 0$ (3.1) и используя фор-

мулу преобразования:

$$\tau_{xy} = (\sigma_r - \sigma_\theta) \sin \theta \cos \theta + \tau_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) , \qquad (4.38)$$

а также (4.27) и (4.3), получим:

$$\theta_{\alpha_{\theta_2=0}} = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{4m_1}{3 - m_1^2} \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} . \qquad (4.39)$$

Здесь верхний знак для $m_1^2 < 3$, а нижний—для $m_1^2 > 3$; при $m_1^2 = 3 \ \theta_{\alpha_{02}=0} = \frac{\rho}{2}$.

2*

Определим значения m_1 и C_1 для границы I и II зон, после чего вычислим $\theta_{\alpha_{02}=0}$ в зависимости от угла внутреннего трения р.

По рис. 9, исходя из напряженного состояния І зоны:

$$\sigma_{y} = \gamma r \sin \beta ;$$

$$\sigma_{x} = \gamma r \sin \beta \frac{1 + \sin \rho}{1 - -\sin \rho}$$
(4.40)

И

$$\tau_{r\theta} = -\sigma_x \cos\beta + \sigma_y \sin\beta. \qquad (4.41)$$

Подставим (4.40) в (4.41), а также введем значение угла β , после чего получим:

$$\tau_{p\theta} = -\gamma r \left\{ \frac{1}{2} \frac{1+\sin\rho}{1-\sin\rho} \cos\left(2\theta_{\alpha\theta2^{\pm0}}-\rho\right) - \frac{1}{2} \sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\rho}{2}+\theta_{\alpha\theta2^{\pm0}}\right) \right\}.$$
(4.42)

Принимая $\theta_{\alpha_{R_0}=0}$ по (4.39), окончательно будем иметь:

$$\tau_{r\theta} = -\gamma r \left\{ \frac{1}{2} \frac{1 + \sin\rho}{1 - \sin\rho} \cos\left(-\arctan\frac{4m_1}{3 - m_1^2} \pm \frac{\pi}{2} \right) - \sin^2\left(-\frac{1}{2} \arctan\frac{4m_1}{3 - m_1^2} + \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} \right) \right\}.$$
 (4.43)

Здесь верхний знак для $m_1^2 < 3$ и нижний для $m_1^2 > 3$. С другой стороны, исходя из напряженного состояния II зоны по (4.27), (4.29), (4.37) и (4.39):

$$\tau_{r_{\theta}} = \frac{-2\gamma r \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta\right)}{\frac{\sqrt{m_{1}^{4} + 10m_{1}^{2} + 9}}{\sin \rho} - 9 - m_{1}^{2}} m_{1}e^{m_{1}^{4}} \left\{-\frac{1}{2} \arctan \frac{4m_{1}}{3 - m_{1}^{2}} \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta\right\}}$$
(4.44)

Для границы следует положить $\Delta = \theta_{a_{\theta 2}=0}$ и, следовательно:

$$\tau_{r\theta} = -2 \frac{2\gamma r \cos\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{4m_1}{3-m_1^2} \mp \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{m_1^4 + 10m_1^2 + 9}} m_1 \qquad (4.45)$$
$$\frac{\sqrt{m_1^4 + 10m_1^2 + 9}}{\sin \rho} - 9 - m_1^2$$

Знаки берутся, как и ранее. Приравниваем (4.43) и (4.45):

$$\frac{1}{2} \frac{1+\sin\rho}{1-\sin\rho} \cos\left(-\arctan\frac{4m_1}{3-m_1^2} \pm \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \sin\rho \cos\left(-\arctan\frac{4m_1}{3-m_1^2} \pm \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \sin\rho \cos\left(-\frac{1}{2} \arctan\frac{4m_1}{3-m_1^2} \pm \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4}\right) = \frac{4\cos\left(\frac{1}{2} \arctan\frac{4m_1}{3-m_1^2} \pm \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{m_1^4 + 10m_1^2 + 9} - 9 - m_1^2} m_1 \qquad (4.46)$$

Уравнение относительно m_1 (4.46) можно решить подбором. Определив $m_1 = m_1(\rho)$, можно найти и значение $\theta_{\alpha}_{\theta_2=0}$ по (4.39), а затем по (4.37) и $\frac{C_1}{\gamma}$, полагая $\Delta = \theta_{\alpha\theta_2=0}$. Таким образом, у нас будет определена граница между

I и II зонами, а также значения m_1 и $\frac{C_1}{\gamma}$ для нее.

Дальнейшие выкладки имеют целью отыскание значений компонентов напряжений в любой точке рассматриваемого клина.

Обозначим через I:

$$I = \frac{2m_1 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \Delta\right)}{\frac{\sqrt{m_1^4 + 10m_1^2 + 9}}{\sin \rho} - 9 - m_1^2} .$$
(4.47)

Тогда, задаваясь значением Δ (допустим $\Delta = 10^{\circ}$, 20° , 30° и т. д.) и m_1 , можно получить для каждого интереующего нас угла внутреннего трения ρ кривые:

$$I = I(\Delta, m_1, \rho) . \tag{4.48}$$

Построим также вспомогательную кривую:

$$S = e^{m_1(\Delta_n - \Delta_{n-1})} \tag{4.49}$$

для различных значений m_1 . Интервалом $\Delta_n - \Delta_{n-1}$ задаемся заранее (в наших расчетах он принят равным 10°).

Зная величины m_1 и $\frac{C_1}{\gamma}$ для границы I и II зон и обозначая их m_{10} и $\frac{C_{10}}{I_1^{\gamma}}$, причем $\Delta_1 = \Delta_0 + (\Delta_1 - \Delta_0) = \theta_{a\theta_2 - 0} + + 10^\circ$, определим I_1^{γ} :

$$I_1 = m_{10} \, \frac{C_{10}}{\gamma} \, S_0 \, . \tag{4.50}$$

По кривой (4.48) при данных ρ и Δ_1 находим для значения I (4.50) соответствующее ему m_{11} .

Вычисляем сразу же
$$\frac{C_{11}}{\gamma}$$
, так как $\frac{C_{11}}{\gamma} = \frac{I_1}{m_{11}}$. (4.51)

Далее операция продолжается аналогичным способом, т. е., зная m_{11} и $\frac{C_{11}}{\gamma}$, вычисляем:

$$I_2 = m_{11} \frac{C_{11}}{\gamma} S_1$$
.

 S_1 берется по кривой (4.49) для значения $m_1 = m_{11}$. Затем, используя кривую (4.48) для значения $I_2 (\Delta = \Delta_2 = = \theta_{a_{\theta_2}=0} + 2 \cdot 10^\circ)$, будем иметь m_{12} и $\frac{C_{12}}{\gamma} \frac{I_2}{m_{12}}$ и т. д. Вычисления нужно производить до значения угла

$$\Delta_n = \pi - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} + \theta_{\alpha\theta_2=0}\right).$$

После этого можно построить кривые для интересующих нас значений р: $m_1 = m_1(\Delta)$ и $\frac{C_1}{\gamma} = \frac{C_1}{\gamma}(\Delta)$ или, что безразлично, можно заменить Δ на θ . Таким образом, получим:

$$m_1 = m_1(\theta)$$
 (рис. 11); (4.52)



$$\frac{C_1}{\gamma} = \frac{C_1(\theta)}{\gamma}$$
 (рис. 12). (4.53)

Теперь, используя (4.52) и (4.53), мы можем определит компоненты напряжений в любой точке клина, причем

$$\sigma_{r} = r \gamma \left\{ \left[3 + m_{1}^{2}(\theta) \right] \frac{C_{1}(\theta)}{\gamma} + \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \theta \right) \right\};$$

$$\sigma_{\theta} = r \gamma \left\{ 6 \frac{C_{1}(\theta)}{\gamma} + \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} - \theta \right) \right\}; \qquad (4.5)$$

$$\tau_{r\theta} = -r \gamma \left\{ 2m_{1}(\theta) \frac{C_{1}(\theta)}{\gamma} \right\}.$$



Ранее было дано уравнение (4.19) линий скольжения для случая, когда вес переходной зоны не учитывался:

$$r = C_0 e^{\theta} \operatorname{ctg} \alpha_{01;2}.$$

При выводе зависимостей, служащих для построения линий скольжения в случае, когда вес переходной зоны учтен, воспользуемся также формулой (4.19).

Для этого требуется построение вспомогательного графика $\alpha_{02} = \alpha_{02} (m_1, \rho)$, причем:

$$\alpha_{02} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{4m_1}{3 - m_1^2} \mp \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} . \qquad (4.55)$$

Здесь верхний знак для $m_1^2 < 3$ и нижний для $m_1^2 > 3$.

Угол α_{01} может быть определен, исходя из α_{02} , так как:

$$\alpha_{01} = \alpha_{02} + \frac{\pi}{2} + \rho. \tag{4.56}$$

По значениям α_{02} и α_{01} могут быть построены кривые:

$$e^{\operatorname{ctg}\alpha_{02}(\Delta_n-\Delta_{n-1})}=f_3(m,\rho), \qquad (4.57)$$

$$e^{\operatorname{etg}\alpha_{01}(\Delta_n-\Delta_{n-1})}=f_4(m,\rho),\qquad (4.58)$$

где $\Delta_n - \Delta_{n-1}$ -интервал, который может быть принят попрежнему равным 10°.

Используя кривые (4.57), (4.58) и (4.52), получаем зависимости:

$$e^{\operatorname{ctg}\alpha_{02}(\Delta_n-\Delta_{n-1})}=f_5(\theta,\rho) , \qquad (4.59)$$

$$e^{\operatorname{ctg} \alpha_{01} (\Delta_n - \Delta_{n-1})} = f_6(\theta, \rho) \tag{4.60}$$

и окончательно из (4.19), (4.59) и (4.60):

$$\frac{r_n}{r_{n-1}} = e^{\operatorname{ctg} \alpha_{02} (\Delta_n - \Delta_{n-1})} = f_5(\theta, \rho) ; \qquad (4.61)$$

$$\frac{r_n}{r_{n-1}} = e^{\operatorname{ctg} a_{01} (\Delta_n - \Delta_{n-1})} = f_6(\theta, \rho) \,. \tag{4.62}$$

Пользуясь (4.61) и (4.62), можно построить оба семейства линий скольжения переходной зоны II.

5. ЗОНА III—ЯДРО И НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ОСНОВАНИЯ

Выше нами указывался способ построения линий скольжения для I и II зон. Границей между II и III зонами будет являться одна из линий скольжения II зоны, поскольку на границе "упругого" ядра должно быть выполнено условие (2.5).

Найдем положение узловой точки ядра, т. е. точки, лежащей на границе II и III зон и оси штампа (мы пред-



Рис. 13. К построению упругого ядра

полагаем двустороннее выпирание, симметричное относи тельно оси штампа).

Необходимые построения проведены на рис. 13. Через точку К, которая находится на оси симметрии штампа проходят две линии скольжения, ограничивающие ядро

Угол между площадками скольжения в точке K, равный $\frac{\pi}{2} - \rho$, делится, в силу симметрии, перпендикуляром

к оси х пополам.

Продолжим перпендикуляр к оси x до пересечения с продолжением оси $\theta = 0$ в точке P и рассмотрим $\Delta KPB'$.

$$\angle KB'K' \equiv \alpha_{\theta_1} \equiv \alpha_{01} + \theta$$
.

Следовательно,

$$\geq PB'K = \alpha_{01} + \theta - \pi .$$

$$\geq KPB' = \geq POD + \geq ODP,$$

HO

$$\sim ODP = \frac{\pi}{2}$$
,

3

$$\geq POD = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$$
,

следовательно,

$$< KPB' = \frac{3\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$$

$$< PKB' = \frac{1}{2} < B'KB'' = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2};$$

$$\angle PB'K + \angle B'KP + \angle KPB' = \pi;$$

подставляя сюда их значения, имеем:

$$\theta = \pi + \rho - \alpha_{01} . \tag{5.1}$$

Но, учтя, что в силу свойства линий скольжения $\alpha_{01} = \frac{\pi}{2} + \rho + \alpha_{02}$, можно получить:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha_{02} \ . \tag{5.2}$$

Проводим радиус из точки O под углом $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha_{02}$ и пмеем на пересечении его с осью симметрии штампа узловую точку ядра—K.

Таким образом, две линии, проведенные через точку *К* (рис. 13), являющиеся зеркальным отображением одна друтой (относительно оси штампа), дают очертание ядра.

Характерным для ядра и вообще для линий скольжения, построенных по предлагаемой гипотезе, является то, что они пересекаются с осью x не в полюсе O, а в различных точках. Это означает, что ядро начинается не у полюса, а в некотором расстоянии от него. Из (5.2) следует, что для отыскания узловой точки ядра К следует положить:

$$\alpha_{\theta^2} = \frac{\pi}{2} \quad . \tag{5.3}$$

Пользуясь зависимостями, которые приводились в предыдущем параграфе, можно построить вспомогательные



кривые $\alpha_{\theta^2} = f_7(\theta, \rho)$. Отложив на оси ординат $\alpha_{\theta^2} = \frac{\pi}{2}$,

получим на оси абсцисс искомые значения угла в.

Зная напряженное состояние II зоны и очертание упругого ядра, легко определить те усилия, которые будут действовать на границе ядра и будут являться максимально нозможными. Вертикальная проекция этой эпюры (рис. 14) и будет соответствовать несущей способности основания. Таким образом, несущая способность основания определяется эпюрой "нагрузок" на ядро, действующих на него снизу и взятых с обратным знаком.

6. О КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

Условия моделирования можно получить из основных уравнений, служащих для решения поставленной задачи двух уравнений равновесия и одного—предельного равновесия [9].

Обозначим через α_l —масштаб длин, α_{μ} —масштаб напряжений, α_{τ} — масштаб объемных сил собственного веса грунта, α_{ρ} — масштаб внутреннего трения.

Сравниваемые напряженные состояния будут подобными при условии тождественного совпадения соответствующих уравнений для модели и натуры.

В соответствии с обычными приемами теории подобия можно получить:

1. Уравнения равновесия:

$$\frac{\alpha_{\kappa}}{\alpha_{t}} \left(\frac{\partial \sigma_{x}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) = 0 . \qquad (6.1)$$

$$\frac{\alpha_{\kappa}}{\alpha_{t}} \left(\frac{\partial \sigma_{y}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right) + \alpha_{\tau} \gamma = 0 .$$

2. Уравнение предельного равновесия:

$$\frac{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{\sigma_x + \sigma_y} = \alpha_\rho \sin\rho . \qquad (6.2)$$

Из (6.1) имеем:

$$\alpha_{\mu} \equiv \alpha_{l} \, \alpha_{\gamma} \tag{6.3}$$

и из (6.2):

$$\alpha_{p} \equiv 1. \tag{6.4}$$

Из уравнения (6.3) устанавливаем, что при рассмотрении некоторой области сыпучей среды и геометрически подобной ей модели, линейные размеры которой уменьшены в α_l раз (при $\alpha_{\tau} = 1$), в каждой точке модели компоненты тензора напряжений должны быть в α_k раз меньше соответствующих значений в подобно расположенной точке натуры. При $\alpha_{\gamma} = 1$, что имеет место моделированием без применения центробежной машины, условия (6.3) и (6.4) можно записать:

$$\begin{aligned} \alpha_{\mu} &\equiv \alpha_{l} ; \\ \alpha_{\rho} &\equiv 1 . \end{aligned} \tag{6.5}$$

Из уравнений равновесия ясно, что критерием подобия является:

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\gamma \, a_0} \,, \tag{6.6}$$

откуда

$$\sigma \equiv \sigma' \gamma a_0 . \tag{6.7}$$

Таким образом, если известен безразмерный параметр σ' (критерий подобия), то, умножив его на объемный вес, грунта и некоторый линейный размер a_0 , можно получить величину напряжений, соответствующих рассматриваемому нами случаю предельной устойчивости фундамента (из этих условий и должна отыскиваться величина σ'). Отысканию параметра $\sigma' = \sigma'(\rho)$ и посвящен следующий параграф.

7. БЕЗРАЗМЕРНЫЙ ПАРАМЕТР, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЙ НЕСУЩУЮ СПОСОБНОСТЬ ОСНОВАНИЯ И ОЧЕРТАНИЕ ОБЛАСТЕЙ ВЫПИРАНИЯ

Пользуясь соображениями, высказанными в конце п. 5 и п. 6, не сложно, "загружая" ядро снизу, определить для ряда значений угла внутреннего трения величину безразмерного параметра σ' , характеризующего несущую способность песчаного основания. Нами были выбраны значения угла трения $\rho=25^{\circ}$, 30° , 33° , 36° , 40° , для которых и производились указанные расчеты. По результатам расчетов была построена кривая $\sigma' := \sigma'(tg \rho)$. Для удобства пользования по кривой подобрана простая формула, давшая хорошее совпадение с результатами произведенных расчетов и имеющая вид:

$$\sigma' = q^{\mathrm{tg}\,\rho} - 1 \quad , \qquad (7.1)$$

где q-некоторое число, подлежащее определению.

При этом выполняется также необходимое условие при $\rho=0$ $\sigma'=0$.

Определив площадь эпюры "нагрузок", действующих на ядро снизу, и разделив ее на ширину фундамента 2а.

получим среднее давление, соответствующее несущей способности песчаного основания при незаглубленном в него фундаменте:

$$p=(771^{\iota g\rho}-1)\gamma a^{\prime},$$

где ү-объемный вес грунта основания;

а-полуширина фундамента.

Несущая способность определится при этом следующим образом:

$$P = 2 \gamma a^2 (771^{10} - 1)$$

Если приближенно принять, что эпюра реактивных давлений под штампом в момент предельной устойчивости может быть выраже-

может оыть выражена равнобедренным треугольником (рис. 15), то высота его будет иметь ординату:

 $2\gamma a(771^{tg\rho}-1).$

В действительности эта эпюра носит сглаженный характер (вероятное очертание ее также приведено на рис. 15), что достаточно



Рис. 15. Эпюры вертикальных давлений

хорошо подтверждается экспериментальными данными [10]. На рис. 16 приведено очертание областей выпирания. Соответственно в табл. 1 приведены значения δ_1 , δ_2 и δ_3 при разных углах внутреннего трения $\rho=25^\circ$, 30° , 33° , 36° , 40° , а также относительная длина зоны выпирания $\frac{L}{2a}$, определенные по предлагаемому способу.

Таблица 1

ρ	25%	300	330	• 360	400
δ ₀	7º22'	6º41'	6º12'	5044'	5º10'
δ1	117º30'	111030'	1080401	106040'	104.007
\mathfrak{d}_2	300001	380307	42050'	46050'	510001
$\frac{L}{2a}$	1,16	1,84	2,32	2,84	3,68



.

8. ОБЩАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОСНОВАНИЯ

Выше, в п. 7, была приведена формула, служащая для определения несущей способности основания, если грунт лишен сцепления и фундамент расположен непосредственно на его поверхности. Однако при практических расчетах

лля реальных фундаментов. как правило, необходимо учитывать указанные факторы. Точное решение задачи представляется достаточно сложным, но, пользуясь некоторыми предварительными соображениями, можно обобщить наши выводы и на случай заглубленных В основание фундаментов при наличии среды со сцеплением.

Как следует из изложенного, для того, чтобы весомая идеально сынучая среда и



Рис. 17. Полубесконечная предельная нагрузка для случая идеально сыпучей среды. Нагрузка на поверхности

мая идеально сыпучая среда находилась в предельно напряженном состоянии при отсутствии пригрузки (рис. 17), нагрузка должна изменяться по линейному закону, причем





 $\beta_0 = \beta_0(\gamma, \rho) = \text{const.}$ Если допустить, что угол β_0 в случае заглубления и сцепления попрежнему $\beta_0 = \beta_0(\gamma, \rho)$ и не завнсит от *h* и *k*, то эпюра нагрузок, обеспечивающих предельную напряженность основания, будет трапецоидальной (рис. 18) с углом наклона β_0 . Ордината p_0 может быть легко определена по формуле приведенной у В. В. Соколовского [6]:

$$p_0 = \gamma h \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} e^{\pi \operatorname{tg} \rho} + k \operatorname{ctg} \rho \left(\frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} e^{\pi \operatorname{tg} \rho} - 1 \right) \quad (8.1)$$

В случае двустороннего выпирания, будет иметь местс схема, приведенная на рис. 19. При этом p_{cp} , т. е. величина среднего давления, соответствующего несущей спо



Рис. 19. Случай ограниченной предельной нагрузки

собности основания, обладающего трением и сцеплением при заглубленном в него фундаменте, представляется формулой:

$$p_{cp} = \gamma a \left\{ 771^{\mathrm{tg}\,\rho} - 1 + \frac{h}{a} \frac{1 + \sin\rho}{1 - \sin\rho} e^{\pi \,\mathrm{tg}\,\rho} + \frac{h}{\gamma a} \operatorname{ctg}\rho \left(\frac{1 + \sin\rho}{1 - \sin\rho} e^{\pi \,\mathrm{tg}\,\rho} - 1 \right) \right\}, \qquad (8.2)$$

где у-объемный вес грунта основания;

р-угол внутреннего трения грунта основания;

- *k*—сцепление грунта основания;
- а-полуширина фундамента;
- *h*—заглубление фундамента.

Однако возможно, что давление, определенное по формуле (8.2), окажется, в связи с введенным допущением несколько меньшим, чем в действительности, то ест формула (8.2) дает некоторый запас прочности.

Полную оценку этого запаса можно будет дать лиш при наличии точного решения рассматриваемой задачи.

9. ОБЩЕЕ НАПРАВЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В период 1947—49 гг. в лаборатории Оснований и фундаментов института "ВОДГЕО" были поставлены эксперименты, целью которых являлось выяснение характера работы основания под сооружением¹.

Грунтом служил сухой речной песок. Для регистрации траекторий перемещения частиц был избран весьма удачный способ, предложенный еще в 1889 году профессором В. И. Курдюмовым и заключающийся в том, что "если фотографировать в течение нескольких секунд песок, заключенный в сосуде со стеклянной стенкой и подвергаемый раздавливанию стержнем, двигающимся непосредственно возле стенки сосуда, то те песчинки, которые при этом остаются в покое, должны выйти на фотографии вполне резко, отчетливо, тогда как изображения песчинок, двитавшихся при фотографировании, должны оказаться нерезкими, размазанными. Вся совокупность размазанных выпирания, а граница между изображениями размазанными и резкими--кривую скольжения призмы выпирания" [11].

Имея получаемые на негативах при указаниом способе фотографирования следы траекторий перемещения (линий токов) частиц песка, легко провести их огибающие. Как показывает сопоставление, в некоторых областях основання огибающие линий токов весьма хорошо совпадают с теми линиями скольжения, которые получаются теоретическим путем. В частности, это наблюдается в зонах І и ІІ (рис. 5), где имеет место предельно напряженное состояние. Поэтому есть основание считать, что в указанных зопах с предельно напряженным состоянием огибающие траекторий перемещения частиц грунта и линии скольжешия по своим направлениям совпадают. В связи с этим в дальнейшем мы не будем прибегать, говоря о зонах I и И, к термину "огибающие траекторий перемещения частиц", а будем использовать лишь термии "линии скольжения", имея, однако, в виду не полиую их тождественпость, а лишь совпадаемость. Особо следует остановиться ча зоне Ш. Здесь линии токов направлены вертикально вшиз, а линии скольжения, вообще говоря, отсутствуют, так как не достигается предельно напряженное состояние,

¹ Инициатива постановки проведенных нами экспериментальных исследований принадлежит доктору техн. наук М. И. Горбунову-Посадову.

все частицы имеют перемещения, практически равные перемещению штампа, и их взаимного сдвига не происходит.

Сложность съемки заключалась в необходимости получения четкого изображения зерен песка при относительно небольшой их величине и общей однотонности.

Для фотофиксации "линий скольжения" фотоаппарат устанавливался перед стеклом лотка неподвижно на штативе. При этом, как уже указывалось выше, зерна песка, перемещавшиеся в процессе опыта и, следовательно, съемки, оставляли на негативе размазанные следы, а зерна, не перемещавшиеся, получались четкими. Фотофиксация очертания зоны III- "упругого ядра" производилась иначе: фотоаппарат устанавливался на специально сконструированном кронштейне, жестко скрепленном со штампом. Благодаря этому он в процессе съемки перемещался вместе со штампом; следовательно, частицы, расположенные непосредственно под штампом, имели перемещения, равные перемещениям самого штампа, и на негативе получались четкими, а частицы, имевшие перемещения, отличные от перемещений штампа, оставляли размазанные следы (в том числе и частицы, бывшие в действительности неподвижными).

10. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Первая установка (рис. 20) была осуществлена в 1947 году и имела подсобное назначение: она служила для разработки методики экспериментирования на последующей "большой" установке.

Основная установка была изготовлена в 1948 г. и представляла из себя систему, состоящую из лотка и конструкции для приложения нагрузки. Установка предусматривала возможность осуществления внешней нагрузки на штамп в виде вертикальной и горизонтальной составляющих; таким образом, на ней можно было исследовать работу основания под сооружениями, работающими и на горизонтальную нагрузку. Лоток, на котором монтировалась установка, был металлическим, с передней стеклянной стенкой (из двух стекол толщиной 20 мм и размерами 133×83 см каждое). Внутренние размеры лотка были $300 \times 23 \times 90$ см.

Нагрузочный механизм состоял из гидравлического домкрата грузоподъемностью 4 *m* и приданного ему насосного устройства. На лотке была укреплена П-образная рама, состоявшая из двух стоек и двух ригелей, служащих опорой для тележки 2 (рис. 21). Цилиндр домкрата 3 упирался своим днищем в тележку, которая могла свободно перемещаться вдоль ригеля 9, так как имела сверху и снизу по 4 катка.

Поршень через специальную вставку передавал усилие пепосредственно на штами 5. Опыты производились с



Рис. 20. Малая опытная установка. Общий вид (на кронштейне установлен фотоаппарат для фиксации очертаний упругого ядра под штампом)

двумя вставками— "жесткой", т. е. такой, которая обеспечивала лишь вертикальное поступательное перемещение штампа, и шарнирной, обеспечивающей еще и возможность поворота штампа. Чтобы начальная нагрузка на штамп отсутствовала, что было особенно важно при фиксации ядра, так как на штамп в этом случае крепился сравнительно тяжелый кронштейн с фотоаппаратом, были сделаны противовесы 10, уравновешивающие с помощью системы блоков и тросов штамп. Цилиндр соединялся с насосами, вынесенными на отдельный столик, гибким резиновым шлангом, не оказывающим препятствия свобод-



ному перемещению каретки 2 вдоль лотка. Установка имела два, параллельно соединенных между собой, насоса: рычажный и вращательный. Давление измерялось манометром с ценой деления 0,2 *атм.* Сначала давление создавалось рычажным насосом, а затем,так как происходило, вследствие продолжавшейся осадки штампа, некоторое падение давления, давалась компенсация вращательным насосом. Преимущество его заключалось в том, что он позволял повышать давление в системе плавно. без толчков. При сдвиге штампа горизонтальное усилие создавалось воротом и измерялось при помощи динамометра 7. Общий вид установки показан на рис. 22. Для фотофиксирования очертаний упругого ядра, образующегося под штампом, был изготовлен достаточно жесткий кронштейн, крепившийся на штами.

Штампы, служившие для приложения нагрузки пеносредственно на поверхности, без заглубления в основание, имели ширину 15, 20 н 30 см (второй размер в плане составлял 23 см) и представляли собой строганые металлические плитки толщиной 10 мм. Чтобы обеспечить достаточную шероховатость контактирующей с основанием поверхности штампа, на нее накленвался тонкий слой песка. На торцевое сечение штампа, выходившее непогредственно к стеклу лотка, для обеспечения плотного прилегания к нему, накленвалась полоска толстого шерстяного материала.

Штамп, к которому прикладывалось помимо вертикального еще и сдвигающее усилие, имел ширину 20 см. Тяговое крепление осуществлялось таким образом, что точка приложения горизонтальной силы очень незначительно возвышалась над подошвой штампа (на 4 мм). Нижняя поверхность этого штампа была также оклеена песком.

Заглубляемый штамп имел ширину 15 см и состоял из двух металлических, расположенных горизонтально, плиток, между которыми был зажат деревянный вкладыш. Торцевое сечение, примыкавшее к стеклу, также было оклеено материалом, а на нижней поверхности был нанесен слой песка. Измерение вертикальных перемещений осадок) во всех случаях производилось индикаторами с гочностью отсчета 0,01 мм, а горизонтальных—прогибомером с точностью отсчета 0,2 мм.

Как уже указывалось, грунтом основания являлся сухой речной песок средней крупности (с содержанием частиц диаметром 1—0,25 *мм* 87,6%). Удельный вес зерен песка $\Delta = 2,67 \ z/cm^3$, пористость в рыхлом состоянии $n_{make} = 39^{\circ}/_{\circ}$, в уплотненном $n_{muh} = 33^{\circ}/_{\circ}$. Угол естественног откоса как среднее шестикратного определения составля 30° . Угол внутреннего трения для песка, применявшегос



Рис. 22. Общий вид опытной установки

в экспериментах, был определен путем раздавливания разцов при всестороннем сжатии с разной начал пористостью. Зависимость между углом внутрен трения р и начальным коэфициентом пористости с о лась следующей:

 $\rho^{\circ} = 43,9 - 19,6\epsilon$.

При проведении опытов отбирались пробы для определения пористости (коэфициент пористости песка в опытах составлял 0,54—0,58). После каждого опыта, в процессе подготовки к следующему, песок уплотнялся стандартным образом, в основном послойным трамбованием ручной трамбовкой. Окончательная поверхность грунта тщательно выравнивалась под уровень.

Для фотографирования применялась навильонная фотокамера размером 13 × 18 с достаточно контрастным объективом И-51.

Съемка производилась на штриховые репродукционные иластинки чувствительностью 20—30° ХД, причем для получения большей контрастности изображения объектив диафратмировался до F11—F16.

Предварительная наводка на фокус производилась через лупу на какую-либо резко выделявшуюся несчинку. При установке фотоаппарата проверялась параллельность плоскостей негатива и стекла лотка. Освещение объекта съемки осуществлялось двумя электролампами мощностью по 1000 вт каждая, с отражателями. При таких условнях время экспозиции составляло от 40" до 1'20" в зависимости от расстояния между камерой и объективом, обычно язменявшегося от 20 до 50 см.

Оныты по фотофиксированию "линий скольжений" под штампом, пагруженным одной вертикальной нагрузкой, заключались в том, что производилось постепенное повышение давления в домкрате при открытом затворе фотоаппарата, установленного на штативе. В опытах фиксировался ход осадки штампа в зависимости от нагрузки. При фотофиксировании линий скольжения под штампом, затружавшимся вертикальным и горизонтальным усилиями, оныт производился следующим образом: создавалась необходимая вертикальная нагрузка на штамп, которая в процессе опыта поддерживалась неизменной, после чего открывался затвор фотоаппарата и прикладывалось постепенно возраставшее сдвигающее усилие. В процессе опыта записывались вертикальные и горизонтальные перемещения штамиа. Опыты по фотофиксированию ядра производились соответственно аналогичным способом с тем лишь различием, что аппарат находился на площадке кронштейна и был перемещаем в процессе опыта вместе со итампом¹.

¹ Результаты фотофиксирования иллюстрируются рисунками 23—37, приведенными в приложении. Там же даны графики зависимости осадки штампа от нагрузки на него (рис. 38—40).

11. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕДЕННЫХ ОПЫТОВ

На основе проведенных экспериментальных исследова ний удалось установить следующее:

1. Метод фотофиксации для определения "линий сколь жения" является достаточно эффективным.

2. Метод фотофиксации упругого ядра под штампом (с применением движущегося совместно с ним фотоаппа рата также можно признать удачным.

3. В первой стадии вертикального перемещения штампа практически имеет место лишь обжатие групта. При этом значительные (фиксируемые фотоанпаратом) смеще ния частиц групта происходят по линиям, близким к вер тикали, обрываясь в грунтовом массиве.

Вследствие дальнейшего увеличения нагрузки на штами они выходят у краев штампа на поверхность; при следующем этапе нагрузки зона выхода линий скольже ния на поверхность представляется значительной—эт; фаза предшествует потере штампом устойчивости, т. е выпиранню.

ческим, т. е. равен $\approx \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$.

5. "Линин скольжения" в зопе I (рис. 5), где мы при нимаем в теоретических исследованиях простейшее напря женное состояние, представляют собой, как показываю фотоснимки, отрезки прямых с углом наклона к гори зонту, отмеченным в п. 4.

6. Опытами подтверждается наличие "упругого" ядр под штампом. Однако ядро очерчивается, как правило, н двумя прямыми, а двумя кривыми вогнутыми линиями, н всегда начинающимися непосредственно у края штампа. Вы сота ядра обычно составляет не более полуширины штампа

7. "Линии скольжения" носят плавный характер. Точе излома их не наблюдается. "Линии скольжения" 1 и зон сопрягаются плавно.

8. "Линии скольжения" в зоне II криволинейны и пред ставляют собой спирали, похожие на логарифмические.

9. В части основания, расположенной ниже подошви заглубленного фундамента, "линии скольжения" носят то же характер, что и под незаглубленным. Выше подошви фундамента они становятся круче и выходят на поверх

ность под углом, близким в нашем случае к $\frac{\pi}{4}$. Одна

ко этот угол не является, очевидно, характерным, так как должен зависеть и от угла внутреннего трения среды и от величины заглубления штампа.

10. Зафиксировано наличие "упругого" ядра под заглубленным штампом. Ядро имеет те же очертания, что и для незаглубленного штампа (характерны та же вогнутость ядра и та же относительная его высота).

11. При исследовании "линий скольжения", полученных для сдвигаемого штампа, обнаружено, что последние носят также плавный характер. Выход их на поверхность

тоже происходит под углом $\approx \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$. В переходной

зоне "линии скольжения" близки по своему очертанию к логарифмическим спиралям.

12. Под сдвигаемым штампом образуется "упругое" ядро, представляющее собой при сдвиге одно неразрывное целое со штампом. Ядро начинается не от верховой кромки штампа, а где-то в средней части его.

13. При некоторых величинах внешних нагрузок происходит сдвиг штампа по плоскости его подошвы, то есть без захвата части основания.

14. Опыты в основном подтвердили полученную теоретическим путем зависимость несущей способности от ширины штампа (условне подобия).

12. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Результаты определения несущей способности основания, характеризуемой безразмерным параметром $\frac{p_{cp}}{\gamma a}$ по имеющимся способам, являются заниженными, как видно из табл. 2, по сравнению с величинами несущей пособности, полученными в наших опытах. Очертание областей выпирания по этим расчетным схемам также не оответствовало нашим экспериментальным данным.

2. Как величина несущей способности, так и очертание бластей выпирания, полученные теоретически по предагаемой схеме и экспериментально, достаточно близко овпали между собой. То же самое можно сказать и н тношении очертания "упругого" ядра.

3. Можно рекомендовать для практического испольования формулу (8.2), позволяющую оценить несущую пособность основания. 4. В связи с тем, что, как показали теоретические исследования, на несущую способность крайне сильно

Таблица 2

	Угол внутреннего трения р				
Способ определения несущей способности	25%	30º	330	36°	40°
Шеляпина С. П. [12] Белзецкого С. И. [13] Горбунова-Посадова М. И. и Креч- мера В. В. [15] Новоторцева В. И. [14] Предлагаемый способ По данным экспериментов автора (с учетом трения, возникавшего	3,9 8,0 9,5 17,0 21,2	6,6 14,0 17,7 35,1 45,4	8,7 20,0 27,0 56,0 74,0	$ \begin{array}{c} 11,9\\ 20,9\\ 40,5\\ 93,2\\ 124,2\\ \end{array} $	18,0 43,0 66,8 161,0 263,6
по боковым стенкам лотка)		от 60	до 76		

влияет величина угла внутреннего трения, на разработку способа правильного определения указанной величины должно быть обращено соответствующее внимание.

Январь 1951 г.

ПРИЛОЖЕНИЯ

,



ис. 23. Опыт № 10. Фотофиксация "линий скольжения поджестким незаубленным штампом плриной 30 *см.* Двустороннее симметричное выпрание под действием центрального вертикального усилия. Средняя грузка на штамп в конце опыта 1,53 кг/см². Осадка штампа 6,21 мм



Рис. 24. Опыт № 12. Фотофиксация "линий скольжения" под жестким незаглубленным штампом шириной 30 см. Двустэроннее симметричное выпирание под действием центрального вертикального усилия. Средняя нагрузка на штамп в конце опыта 1,48 кг/см². Осадка штампа 6,15 мм



Рис. 25. Опыт № 91. Фотофиксация "линий скольжения" под жестким незаглубленным штампом шириной 20 см. Небольшой перекос штампа. Усилие центральное вертикальное. Средняя нагрузка на штамп в конце опыта 1,40 кг/см². Осадка штампа 6,60 мм



Рис. 26. Опыт № 76. Фотофиксация "линий скольжения" под жестким незаглубленным штампом шириной 20 см. Двустороннее симметричное выпирание под действием центрального вертикальн го усилия. Средняя нагрузка на штамп в конце опыта 1,45 кг/см². Осадка штампа 8,78 мм



Рис. 27. Опыт № 216а. Фотофиксация очертания .упругого[•] ядра под жестким незаглубленным штампом шириной 20*см*. Средняя нагрузка на штамп в конце опыта 0,95 *кг/см*². Осадка штампа 3,45 *мм*



Рис. 28. Опыт № 200. Фотофиксация очертания "упругого" ядра под жестким незаглубленным штампом шириной 30 см. Средняя нагрузка на штамп в конце опыта 0,89 кг/см². Осадка штампа 3,31 мм



Рис. 29. Опыт № 181. Фотофиксация очертания "упругого" ядра под жестким незагубленным штампом шираной 20 см. Средняя нагрузка на штамп в конце опыта 1,35 кг/см². Осадка штампа 4,70 мм



Рис. 30. Опыт № 121. Фотофиксация "линий скольжения" под жестким сдвигаемым центрально загруженным незаглубленным штампом шириной 20 см. Средняя вертикальная нагрузка 0,5 кг/см². Среднее касательное напряжение в конце опыта 0.181 кг см². Горизонтальное перемещение модели 7,5 мм



Рис. 31. Опыт № 164. Фотофиксация очертания "упругого" ядра под жестким незаглубленным сдвигаемым штампом шириной 20 см. Средняя вертикальная нагрузка 0,75 кг/см² (усилие приложено центрально). Среднее касательное напряжение в конце опыта 0,20 кг/см². Горизонтальнсе перемещение модели 11,2 мм



Рис. 32. Опыт № 169. Фотофиксация очертания "упругого" ядра под жестким незаглубленным сдвигаемым штампом шириной 20 см. Средняя вертикальная нагрузка 0,75 кг/см³ (усилие центральное). Среднее касательное напряжение в конце опыта 0,21 кг/см². Горизонтальное перемещение модели 7,8 мм



Рис. 33. Опыт № 159. Фотофиксация очертания "упругого" я́лра под жестким незаглубленным сдвигаемым штампом шириной 20 см. Средняя вертикальная нагрузка 0,25 кг/см² (усилие центральное). Среднее касательное напряжение в конце опыта 0,109 кг/см². Горизонтальное перемещение модели 7,8 смм. Сдвиг почти по поверхности основания

сл *



Рис. 34. Опыт № 248. Фотофиксация "линий скольжения" под жестким гаглубленным центрально нагруженным штампом шириной 15 см. Среднее напряжение в конце опыта 2,75 кг/см², заглубление штампа в начале опыта 9 см. Осадка штампа 10,43 мм



Рис. 35. Опыт № 246. Фотофиксация "линий скольжения" под жестким заглубленнымацентрально нагруженным штампом, шириной 15 см. Среднее напряжение в концеопыта 2,24 кг/см². Заглубление штампа в начале опыта 9 см. Осадка штампа 13,1 мм



Рис. 36. Опыт № 250. Фотофиксация очертания "упругого" ядра под я сстким заглубленным центрально нагруженным плампом цириной 15 см. Среднее напряжение в конце опыта 2,43 кг/см². Саглубление штампа в начале опыта 10 см. Осадка штампа 8,38 мм



Рис. 37. Опыт 251. Фотофиксация очертания "упругого" ядра под жестким заглубленным центрально нагруженным штампом шириной 15 см. Среднее напряжение в конце опыта 2,52 кг/см². Заглубление штампа в начале опыта 10 см. Осадка штампа 8,20 мм







литература

1. Герсеванов Н. М., Собрание сочинений, т. I, Стройвоенмориздат, 1948.

2. Цытович Н. А., Механика грунтов, изд. З-е, Госстройиздат, 1951.

3. Клейн Г. К., Расчет осадок сооружений по теории неоднородного линейно-деформируемого полупространства, "Гидротехническое строительство* № 2, 1948. 4. Соколовский В. В., Плоское равновесие пластического

клина, "Прикладная математика и механика", т. XIV, в. 4, 1950.

5. Шевченко К. Н., Сосредоточенная сила, приложенная к полуплоскости, "Прикладная математика и механика", т. XII, в. 4, 1948. 6. Соколовский В. В., Статика сыпучей среды, изд. АН СССР,

1942.

7. Папкович П. Ф., Теория упругости, Оборонгиз, 1939.

8. Малышев М. В., Об идеально сыпучем клине, находящемся в предельно напряженном состоянии, "Доклады Академии Наук", т. LXXV, № 6, 1950.

9. Флорин В. А., Расчеты оснований гидротехнических сооружений, Стройиздат, 1948.

10. Родштейн А. Г., Контактные напряжения под жесткими штампами на песчаном основании, изд. ВНИИ "ВОДГЕО", 1952.

11. Курдюмов В. И., Краткий курс оснований и фундаментов, изд. 3-е, 1916.

12. Шеляпин С. П., Несущая способность грунтов в основании сооружений, "Проект и стандарт", № 7, 1937.

13. Технические условия и нормы проектирования гидротехнических сооружений, Геотехнические расчеты оснований гидротехнических сооружений, Стройиздат, 1941.

14. Новоторцев В. И., Опыт применения теории пластичности к задачам определения несущей способности оснований сооружений, Известия НИЙГ, т. XXII, 1938.

15. Горбунов-Посадов М. И. и Кречмер В. В., Графики для расчета устойчивости фундаментов, Госстройиздат, 1951.

оглавление

Стр.

1.	Введение	- 3
2.	Условие предельно напряженного состояния	7
3.	Постановка задачи. Зона І	10
4.	Зона II	12
5.	Зона III-ядро и несущая способность основания	26
6.	О критерии подобия	29
7.	Безразмерный параметр, характеризующий несущую способ-	
	ность основания и очертание областей выпирания	30
8.	Общая формула для определения несущей способности	
	основания	33
9.	Общее направление экспериментальных исследований	35
10	. Краткое описание установки и экспериментов	36
11	. Результаты проведенных опытов	42
12	. Основные выводы	43
Π	оиложения	45
Л	итература	83

Л 160469. Подписано к печати 11/ХІІ—52 г. Объем 5¹/₄ п. л. Тир. 500 экз. Зак. 60. Тип. ВНИИ "ВОДГЕО", Б. Кочки, 17-а.