Профессор, д-р техн. наук М. В. МАЛЫШЕВ

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ ТЕОРИИ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ СЫПУЧИХ СРЕД

История развития теории предельного равновесия известна [1] и здесь не ставится цель ее осветить. Необходимо лишь подчеркнуть, что ее развитию мы обязаны, главным образом советским ученым и, особенно, В. В. Соколовскому [2], опубликовавшему, начиная с 1939 г., ряд основополагающих работ, а также В. Г. Березанцеву, занимавшемуся осесимметричной задачей [3].

Известна постановка задач теории предельного равновесия: в каждой точке рассматриваемой области, состоящей из сыпучей среды, имеет место предельное напряженное состояние. На части границы задана по направлению и величине нагрузка, на другой ее части она задана только по направлению, а величина является искомой. Может быть и некоторая вариация — на части контура возможно задание нагрузки по величине и направлению, а далее отыскивается очертание другой части контура, либо свободное от нагрузки вовсе, либо с нагрузкой, заданной по величине и направлению. Нагрузка на части контура, большая по величине, именуется собственно нагрузкой, а на другой части, меньшая по величине,— пригрузкой. Известна двойственность решения задач, вытекающая из того, что уравнение предельного равновесия является относительно компонент напряжения квадратным. Таким образом, если на части контура задана нагрузка по величине и направлению, а на другой—только по направлению, то мы можем найти два значения величины последней—менее заданной и более заданной. Следует отметить, что получить решение задачи теории предельного равновесия не всегда возможно. Если этого сделать не удается вследствие заданной комбинации граничных условий (например, не при всяком наклоне нагрузки, величина которой отыскивается, задача имеет решение), то обычно приходится прибегать либо к разрывным решениям, либо строить решения в предположении, что в части области предельное состояние не достигнуто.

Особо важным достижением в теории предельного равновесия сыпучей среды оказалось рассмотрение напряженного состояния так называемой особой точки. Большая заслуга в этом принадлежит В. В. Соколовскому, использовавшему решение задачи Л. Прандтля. В этой точке имеет место многозначность напряжений. Они зависят от угла подхода к особой точке и меняются от интенсивности, соответствующей нагрузке в пределах части контура, где она задана по величине и направлению, до интенсивности, которая является искомой и заданной лишь по направлению. На плоскости характеристик особая точка разворачивается в линию.

Поскольку большинство задач, в силу нелинейности исходной системы уравнений, не может быть решено в замкнутой форме, потребовалось применение конечноразностного способа интегрирования этой системы, которая принадлежит к системе гиперболического типа. Последняя имеет два семейства действительных характеристик и интегрирование велось на характеристиках, что упростило получение результатов. Практическое решение задач было существенным образом облегчено после привлечения ЭВМ.

Основными в теории предельного равновесия весомой сыпучей (обладающей трением и сцеплением) среды являются следующие задачи: о несущей способности оснований, о давлении грунта на подпорные стены, об устойчивости откосов заданного профиля, об очертании предельно устойчивого откоса, об устойчивости сводов обрушения и другие.

Применение конечноразностного способа решения позволяет рассмотреть слоистые среды, анизотропные среды, влияние гидродинамических сил и другие усложняющие обстоятельства.

Как правило, все задачи, рассматривающиеся в статике сыпучей среды, являются статически определимыми, поскольку контурные условия задаются в напряжениях. Однако практически важными являются случаи, когда заданы не только напряжения, но и частично деформации, то есть случаи смешанных граничных условий. При этом статическая определимость теряется, и требуется привлечение условий, связанных с деформациями. Для сыпучей среды, находящейся в предельно-напряженном состоянии, считается характерным вязкое течение и, поэтому определяются не сами деформации, а их скорости. Тензор скоростей деформаций обычно считается коаксиальным тензору напряжений. Вводится понятие потенциала пластичности некоторой функции, частные производные которой по напряжениям пропорциональны скоростям деформаций. Потенциал пластичности строится, главным образом, по аналогии с условием прочности. Установление такого понятия позволило обратиться к кинематической стороне рассматриваемых задач, а также облегчило сопоставление теоретических результатов с экспериментальными. Введение потенциала пластичности в форме условия прочности привело к тому, что можно было определить направление и величину векторов скоростей деформаций в каждой точке предельно-напряженной сыпучей среды в функции скоростей смещения границы. При этом было выявлено обязательное условие разуплотнения сыпучей среды при сдвиге, что подтверждалось экспериментально, причем величина этого разуплотнения определялась через угол внутреннего трения. В объеме при сдвиге не менялась только среда, у которой трение отсутствовало.

Пользуясь гипотезой потенциала пластичности, Р. Шилд [6] решил задачу о выпирании грунта в основании. Решение его было подвергнуто обстоятельному разбору Ю. И. Соловьевым [7]. Вопросу о том, как следует трактовать линии, получающиеся при эксперименте, проводимом методом фотофиксации, посвящена специальная статья [8], в которой было показано, что мы видим на фотографиях не линии скольжения, а огибающие векторов полных смещений. Там же предлагалось выражение для потенциала пластичности, позволяющее учесть экспериментальный факт — существование так называемой критической пористости, при которой сдвиг происходит без изменения объема, однако угол внутреннего трения не равен нулю. В ряде случаев проводилась экспериментальная проверка решений теории предельного равновесия сыпучей среды, причем часто отмечалось несоответствие в несущей способности, определенной теоретически и экспериментально. Здесь следует иметь в виду важные обстоятельства, связанные с методикой определения расчетной характеристики прочности сыпучего грунта — угла внутреннего трения, а также несоответствие в граничных условиях теоретического решения и экспериментов. Первое обстоятельство сейчас уже достаточно хорошо прояснилось — оказалось, что мы должны производить определение угла внутреннего трения при той величине параметра Лодэ, которая имеет место в задаче. В ином случае следует производить пересчет [9] угла внутреннего трения по формулам, увеличивая его значение, так как величина параметра Лодэ в случае плоской деформации более, чем при трехосном сжатии, то есть более, чем минус единица. Влияние граничных условий особо отчетливо видно из экспериментов В. К. Федорова [10], установившего, что при равномерно распределенной нагрузке на штамп (гибкая нагрузка, упругое ядро не образовывалось) несущая способность составляла 2/3 от определяемой для жесткого штампа. Вопрос о том, что в действительности предельно-напряженное состояние при исчерпании несущей способности возникает не во всей области, ставился уже давно [см. 5]. Опыты подтверждали это, так как экспериментально было выявлено наличие упругого ядра под штампом, то есть зоны с непредельным состоянием [11]. Поэтому для реальных расчетов необходимо получить решение смешанной упруго-пластической задачи. Однако такое решение без учета кинематической картины явления, то есть без учета смещений в предельных зонах, а также без учета развития зон предельного состояния с ростом нагрузки, было бы неполноценным. Решение задачи в такой постановке, к сожалению, связано с рядом условностей в самой постановке и трудностями вычислительного характера даже при наличии ЭВМ, так как эта задача является задачей со смещающейся границей. Возможность обхода указанной трудности состоит в применении решений для нелинейно-деформируемой сплошной среды [12], однако здесь мы вынуждены вводить идеализацию, предполагая наличие предельного состояния лишь при бесконечно больших деформациях сдвига.

Выше мы рассматривали результаты, полученные, главным образом, для случая плоской деформации. Обстоятельно изучен также случай осесимметричной деформации [см. 3]. Однако для этого потребовалось привлечение понятия полной сыпучести, то есть равенства промежуточного и наименьшего главных напряжений, так как без этого постановка задачи осложнялась. Пространственная задача теории предельного равновесия практически наиболее важная, к сожалению, пока еще недостаточно ясна по своей постановке. Имеются лишь отдельные исследования, связанные с ней, например, работа [13].

В теории предельного равновесия сыпучих сред получен ряд известных и практически существенных результатов, часть из которых отмечалась выше. Однако для дальнейшего совершенствования наших расчетных методов и сближения их результатов с результатами экспериментальных наблюдений представляется целесообразным в дальнейшем рассмотреть еще многие вопросы, не получившие пока своего должного разрешения. Среди них назовем, например, следующие:

1. Необходимо более глубоко и обстоятельно рассмотреть вопросы кинематики предельно-напряженной сыпучей среды, возможности применения потенциалов пластичности того или иного вида, оправдываемых экспериментально. Необходимо установить, насколько справедлив принцип соосности тензоров напряжений и скоростей деформаций в предельном состоянии и не происходит ли поворота главных осей деформаций при подходе к предельному состоянию.

2. Необходимо изучить, насколько влияет на несущую способность и предельные нагрузки начальное напряженное состояние грунтового массива. Известно [14], что оно может быть весьма различным и зависит от естественно исторических процессов формирования толщи, а коэффициент бокового давления грунта в условиях его естественного залегания может быть более единицы.

3. Особое внимание следует уделить практически наиболее существенным, но достаточно сложным пространственным задачам теории предельного равновесия. Для этого должна быть четко сформулирована замкнутая система уравнений, определяющая состояние предельного равновесия в пространственном случае, и указан способ ее решения.

4. Необходимо обратить внимание на некоторую произвольность в постановке задач предельного равновесия, связанную с тем, что не всегда ясны граничные условия и отсутствует единственность решения. Это особенно важно в более сложных задачах, например в таких, в которых мы встречаемся с несколькими особыми точками (давление грунта на параллельные стенки и др.).

5. Особо интересны смешанные упруго-пластические задачи. Для получения их решения необходимо рассмотрение предельно-напряженных областей со смещающейся границей, часто сложного очертания при граничных условиях смешанного типа.

6. Необходимо совершенствовать решения для слоистых и анизотропных сред, так как на практике мы реже встречаемся с однородными средами.

7. Одновременно с построением точных, в рамках теории предельного равновесия сыпучих сред, решений практически важным является получение инженерных решений ряда задач механики грунтов, из которых устанавливались бы предельные значения усилий, могущих быть воспринятыми грунтовыми массивами, а также деформациями для нагрузок, приближающимися к предельным.

8. Совершенно необходимо продолжение дальнейших экс-

периментальных исследований, как связанных с установлением необходимых характеристик прочности сыпучих сред, так и с моделированием ряда практических задач.

Перечисленным, конечно, не исчерпывается круг задач, которые предстоит решить — их намного больше. Не приходится сомневаться в том, что в будущем мы получим еще много интересных и практически важных результатов, основанных на использовании принципов теории предельного равновесия сыпучих сред.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цытович Н. А. Механика грунтов. М., Госстройиздат, 1963 (изд. 4-ое).

2. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. М., АН СССР, 1942 (изд. 1-ое), Гостехиздат, 1954 (изд. 2-ое), Физматгиз, 1960 (изд. 3-е).

3 Березанцев В. Г. Осесимметричная задача теории предельного равновесия сыпучей среды. М., Гостехиздат, 1953.

4. Голушкевич С. С. Статика предельных состояний грунтовых масс. М., Гостехиздат, 1957.

5. Горбунов-Посадов М. И. Устойчивость фундаментов на песчаном основании. М., Госстройиздат, 1962.

6. Shield R. T. Mixed Boundary Value Problems in Soil nechanics. Quarterly of Applied Mathematics. Vol. 11, 1953. No 1,

7. Соловьев Ю. И. О постановке и решении задачи устойчивости оснований фундаментов. «Труды к VII Международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению». М., Стройиздат, 1969.

8. Малышев М. В. О линиях скольжения и траекториях перемещения частиц в сыпучей среде. — «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1971, № 6.

9. Малышев М. В. и др. Условия прочности песчаных грунтов. Acta Technica Academiaf Scientiarum Hungaricae. Tomus 63 (1—4) pp 167—175. Budapest, 1968.

10. Федоров В. К., Криворотов А. П. Характер распределения напряжений в песчаном основании под гибким и жестким штампами, расположенными на его поверхности. —«Известия вузов. Строительство и архитектура», 1971, № 10.

11. Малышев М. В. Теоретические и экспериментальные исследования несущей способности песчаного основания. ВОДГЕО, 1953.

12. Широков В. Н. и др. Напряженное состояние и перемещения весомого нелинейно деформируемого грунтового полупространства под круглым жестким штампом. — «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1970, № 1.

13. Гольдштейн Л. М. О приближенном решении задачи пространственного предельного равновесия грунтов.—«Основания, фундаменты и механика грунтов», 1969, № 5.

14. Флорин В. А. Расчеты оснований гидротехнических сооружений. М., Стройиздат, 1948.